

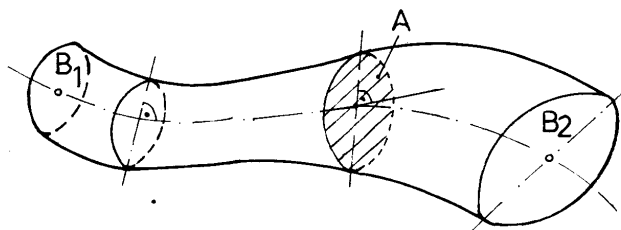
8. WIADOMOŚCI WSTĘPNE



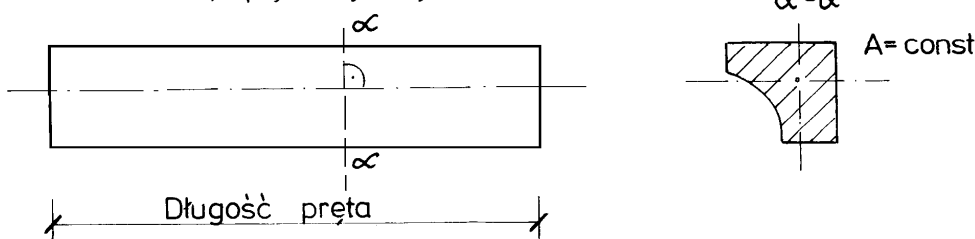
8.1. KLASYFIKACJA ZASADNICZYCH ELEMENTÓW KONSTRUKCJI

Podstawą klasyfikacji zasadniczych elementów konstrukcji jest kształt geometryczny ciała.

a) Pręt



b) Pręt pryzmatyczny

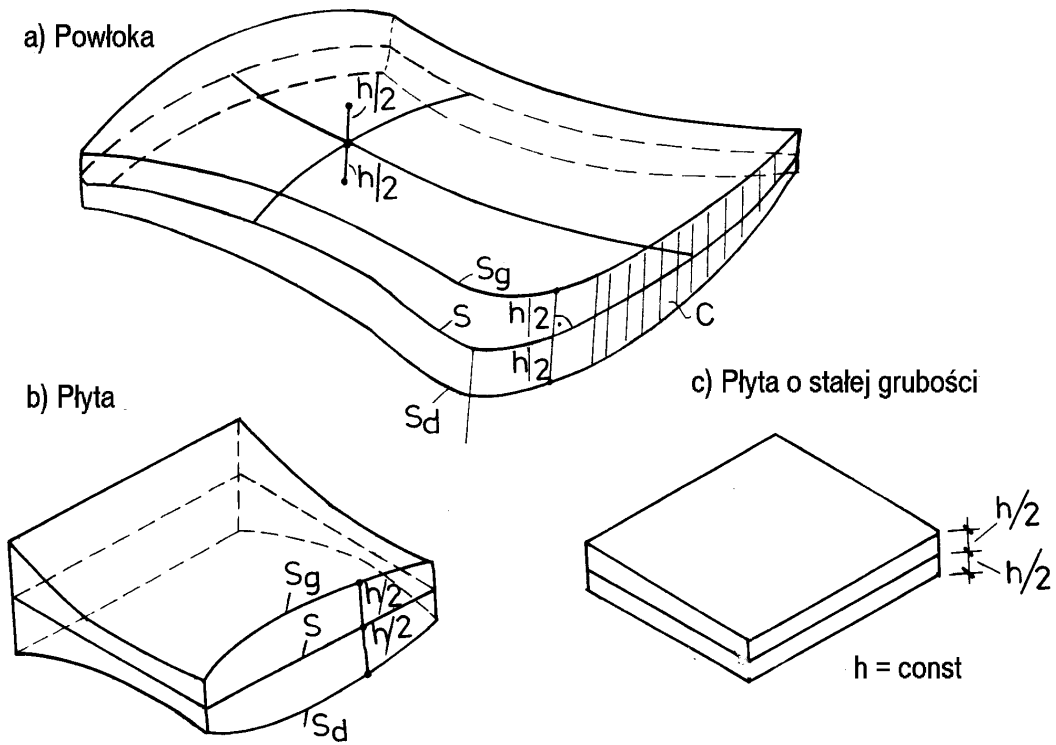


Rys. 8.1

Pręt to bryła geometryczna wypełniona materiałem, której jeden wymiar (długość) jest zdecydowanie większy od dwóch pozostałych. Po linii regularnej ograniczonej punktami B_1 i B_2 przemieszcza się środek ciężkości pola figury płaskiej^{*)} o powierzchni A (stałej lub zmiennej) w ten sposób, że płaszczyzna figury jest prostopadła do linii B_1B_2 . Wtedy kontur figury opisuje bryłę geometryczną, która wypełniona materiałem tworzy pręt (rys. 8.1). Linia B_1B_2 nazywa się osią pręta. Jeśli linia ta jest prostą, to mówimy, że pręt jest prostoliniowy. Gdy linia B_1B_2 jest krzywą płaską, to pręt nazywamy płaskim. Symbolem A oznaczamy pole przekroju poprzecznego pręta (przekrój pręta). Przekrój pręta może być stały lub zmienny. Pręt prostoliniowy o stałym przekroju nazywamy prętem pryzmatycznym (rys. 8.1b).

Powłoka to bryła geometryczna wypełniona materiałem, której jeden wymiar (grubość) jest zdecydowanie mniejszy od dwóch pozostałych. Po ograniczonej powierzchni regularnej S przemieszcza się środek prostoliniowego odcinka o długości h (stałej lub zmiennej) w ten sposób, że odcinek ten jest zawsze prostopadły do powierzchni S . Wtedy jego końce wyznaczają dwie powierzchnie S_g i S_d ograniczone powierzchnią brzegową C . Bryłę ograniczoną powierzchniami S_g , S_d i C nazywamy powłoką (rys. 8.2a). Powierzchnię S nazywamy powierzchnią środkową, a długość odcinka h – grubością powłoki (stałą lub zmienną). Jeśli powierzchnia S jest płaszczyzną, to taką powłokę nazywamy płytą lub tarczą (rys. 8.2b, c). Nazwę tarcza rezerwuje się dla płyt obciążonych w swej płaszczyźnie środkowej.

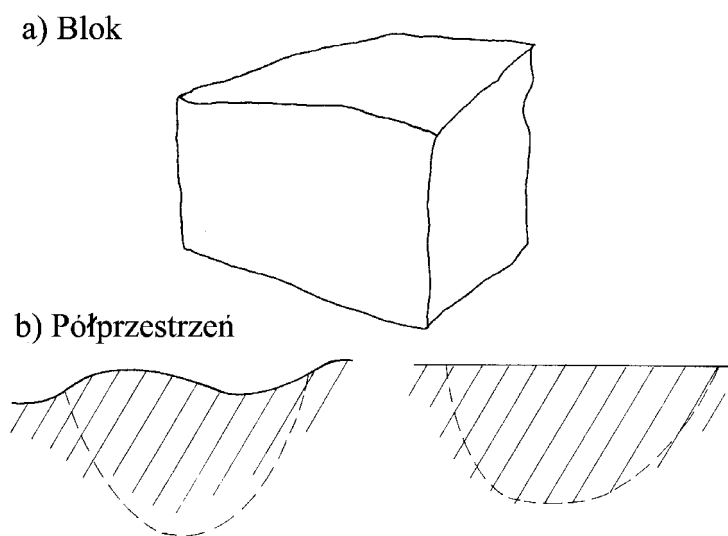
^{*)} Środek ciężkości figury płaskiej zdefiniowano w dodatku.



Rys. 8.2

Blok to bryła geometryczna wypełniona materiałem, której trzy wymiary są tego samego rzędu (rys. 8.3a). Jeżeli wymiary bloku są nieskończenie duże, to otrzymujemy pewną przestrzeń fizyczną wypełnioną materiałem.

Półprzestrzeń to bryła o wymiarach nieskończenie dużych ograniczona powierzchnią lub płaszczyzną (rys. 8.3b).

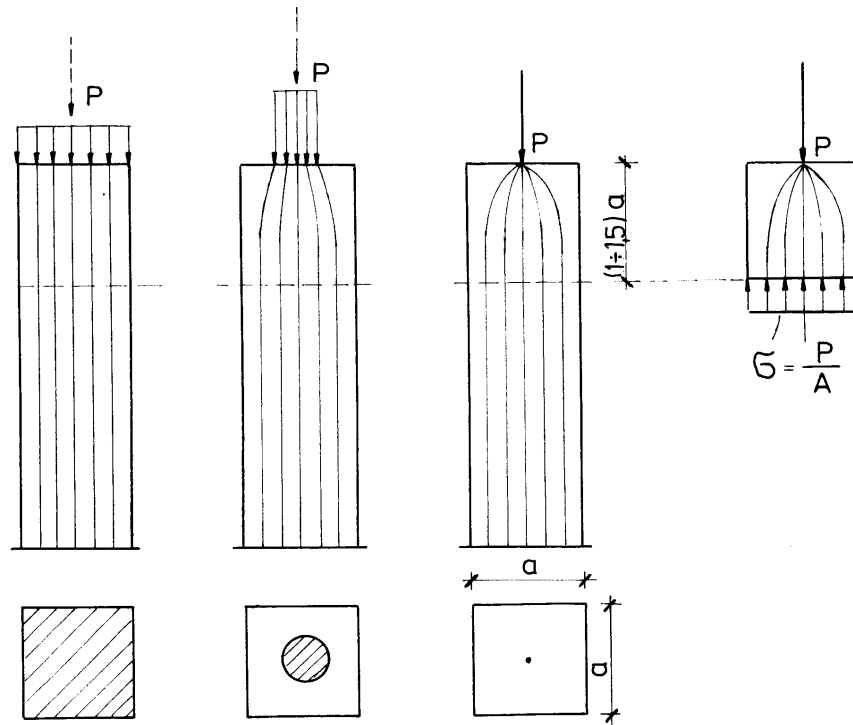


Rys. 8.3

8.2. ZASADA DE SAINT-VENANTA

Jedną z podstawowych zasad, którą przyjmujemy w obliczeniach konstrukcji, jest zasada *de Saint-Venanta* (1855 rok):

Jeżeli dany układ sił działających na niewielki obszar ciała będącego w równowadze zastąpimy innym układem sił statycznie równoważnym) i działającym bezpośrednio na ten obszar, to w odległości większej od jego wymiarów powstają jednakowe stany naprężenia, odkształcenia i przemieszczenia.*



Rys. 8.4

Sens tej zasady objaśnia rys. 8.4. Przedstawiono na nim trzy identyczne słupy ściskane osiowo trzema statycznie równoważnymi układami sił: wypadkowa obciążeń we wszystkich przypadkach jest taka sama. Naprężenia normalne w odległości $(1,0 \div 1,5)a$ od płaszczyzny przyłożenia obciążenia są jednakowe i wynoszą P/A (a – wymiar poprzeczny przekroju, A – przekrój słupa, P – wypadkowa siła ściskająca).

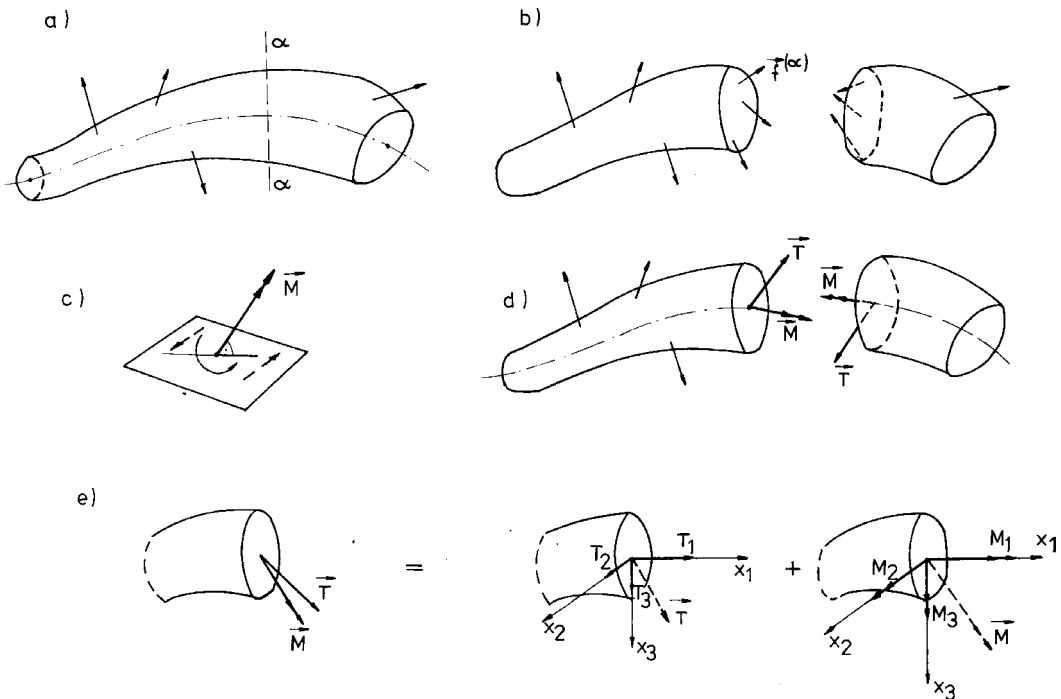
Zasada *de Saint-Venanta* wynika z przesłanek intuicyjnych i jest potwierdzona wieloma doświadczeniami. Jak dotąd nie znalazła jednak ogólnego uzasadnienia teoretycznego. Przydatność praktyczna tej zasady jest niewątpliwa, pozwala bowiem na pewne idealizacje i uproszczenia w rozwiązywaniu konkretnych zadań. Obliczenia obszaru zaburzeń w uzasadnionych przypadkach (np. strefa zakotwienia kabli w konstrukcjach wstępnie sprężonych, punkty podparcia belek) traktuje się zazwyczaj jako oddzielne zadanie.

8.3. SIŁY WEWNĘTRZNE

Rozważmy pręt będący w równowadze i przetnijmy go myślowo płaszczyzną $\alpha-\alpha$ prostopadłą do osi pręta (rys. 8.5). Na płaszczyźnie przekroju wystąpią rozłożone w sposób ciągły wektory naprężenia, które zastąpimy w środku ciężkości przekroju wypadkową siłą i wypadkowym momentem. Obie części pręta muszą być również w równowadze. Jeśli znamy wszystkie siły powierzchniowe i masowe, to z sześciu równań równowagi ułożonych dla jednej z odciętych części pręta można wy-

*) Układy statycznie równoważne to układy, które mają takie same wypadkowe wektory siły i momentu.

znaczyć sześć współrzędnych wektorów siły i momentu. Siły T_1, T_2, T_3 i momenty M_1, M_2, M_3 nazywamy **siłami wewnętrznymi** (przekrojowymi) lub uogólnionymi naprężeniami.



Rys. 8.5

Jeżeli oś x_1 pokrywa się z normalną do płaszczyzny $\alpha-\alpha$, to poszczególne siły wewnętrzne nazywamy następująco:

$T_1 = N$ – siła normalna,

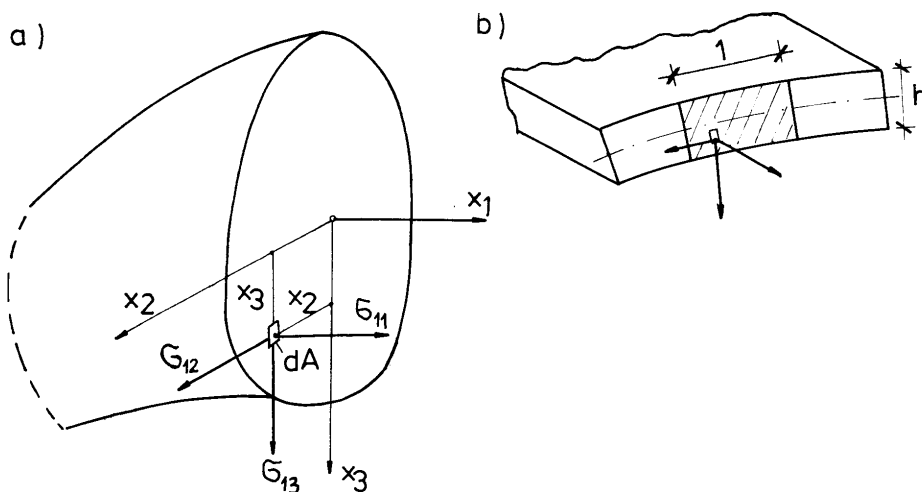
$T_2 = Q_2$ – siła poprzeczna w kierunku osi x_2 ,

$T_3 = Q_3$ – siła poprzeczna w kierunku osi x_3 ,

$M_1 = \mathfrak{M}$ – moment skręcający,

M_2 – moment zginający względem osi x_2 ,

M_3 – moment zginający względem osi x_3 .



Rys. 8.6

Siły wewnętrzne można wyrazić przez współrzędne wektora naprężenia za pomocą następujących wzorów definicyjnych (rys. 8.6):

$$\left. \begin{aligned} N &= \int_A \sigma_{11} dA, & \mathfrak{M} &= \int_A (\sigma_{13}x_2 - \sigma_{12}x_3) dA, \\ Q_2 &= \int_A \sigma_{12} dA, & M_2 &= \int_A \sigma_{11}x_3 dA, \\ Q_3 &= \int_A \sigma_{13} dA, & M_3 &= \int_A \sigma_{11}x_2 dA. \end{aligned} \right\} \quad (8.1)$$

Analogiczne wzory obowiązują również dla płyt i powłok o małej krzywiznie, przy czym siły wewnętrzne odnosi się do przekroju o jednostkowej szerokości, mierzonej wzdłuż śladu powierzchni środkowej (rys. 8.6b).

8.4. ZAKRES OBLICZEŃ KONSTRUKCJI

Celem obliczeń konstrukcji jest wyznaczenie w każdym punkcie współrzędnych tensorów naprężenia i odkształcenia oraz wektora przemieszczenia. Ścisłe obliczenie tych wielkości na podstawie równań równowagi, równań geometrycznych i równań fizycznych przy danych warunkach brzegowych w większości przypadków natrafia jednak na duże trudności natury matematycznej. W wytrzymałości materiałów, której zadaniem jest podanie rozwiązań do bezpośredniego wykorzystania w praktyce, wprowadza się wiele założeń upraszczających, ograniczających zakres stosowania gotowych wzorów bądź przybliżających poszukiwane wartości. W zależności od przyjętych równań fizycznych ścisłe rozwiązania podają: teoria sprężystości, teoria plastyczności i reologia.

Każda poprawnie zaprojektowana konstrukcja musi spełniać warunki wytrzymałościowe i sztywnościowe. Najprostszą koncepcją projektowania jest metoda naprężeń dopuszczalnych, w której oprócz znanego już warunku wytrzymałościowego

$$\sigma_{red}(x_1, x_2, x_3) \leq \sigma_{dop} \quad (8.2)$$

wprowadza się ograniczenie wartości przemieszczeń:

$$|u(x_1, x_2, x_3)| \leq u_{dop}. \quad (8.3)$$

Warunek (8.3) jest warunkiem sztywnościowym.

Ostatecznym efektem obliczeń konstrukcji jest podanie takich wymiarów elementów (przekroje prętów, grubości płyt, ilości zbrojenia itp.), które gwarantują bezpieczne przeniesienie obciążeń zewnętrznych. Proces obierania wymiarów konstrukcji nazywa się wymiarowaniem.

W zakres obliczeń konstrukcji wchodzi następujące czynności:

- 1° wyznaczenie sił wewnętrznych,
- 2° obliczenie naprężeń na podstawie znanych już sił wewnętrznych,
- 3° obliczenie odkształceń ze związków fizycznych,
- 4° obliczenie przemieszczeń ze związków geometrycznych,
- 5° sprawdzenie warunków wytrzymałościowych i sztywnościowych oraz ewentualna korekta wymiarów.

W dalszym ciągu tej części skryptu omówimy szczegółowo etapy 2°-4°, przyjmując, że siły wewnętrzne są znane. Problem wymiarowania zawarty w etapie 5° jest tematem zajęć z przedmiotów konstrukcyjnych (konstrukcje metalowe, betonowe, murowe, drewniane itd.). Tutaj omówimy tylko pewne zasadnicze elementy projektowania konstrukcji. Możemy jednak już w tym miejscu stwierdzić, że wymiarowanie konstrukcji jest na ogół procesem kolejnych przybliżeń, gdyż trudno jest za pierwszym razem obrać takie wymiary elementów konstrukcji, by były spełnione jednocześnie wymagania bezpieczeństwa (warunki wytrzymałościowe i sztywnościowe) oraz wymagania ekonomiczne. Względny bezpieczeństwa

skłaniają na ogół do powiększania wymiarów (tzw. przewymiarowania), natomiast racje ekonomiczne wymagają, by wymiary elementów konstrukcji (koszty) były możliwe najmniejsze.

Dalsze szczegółowe rozważania będą dotyczyły prętów liniowo-sprężystych. Warunki uzyskane dla konstrukcji prętowych mają charakter podstawowy, w teorii płyt i powłok przyjmuje się bowiem analogiczne założenia i przybliżenia jak w teorii prętów; zwiększa się jedynie liczba zmiennych i wydłużają wzory. Z uwagi na liniowy model fizyczny w etapach 2^o÷ 4^o można stosować zasadę superpozycji skutków. Wobec tego w dalszych rozdziałach omówimy kolejno skutki działania poszczególnych sił wewnętrznych: siły normalnej, momentu zginającego, siły poprzecznej i momentu skręcającego.