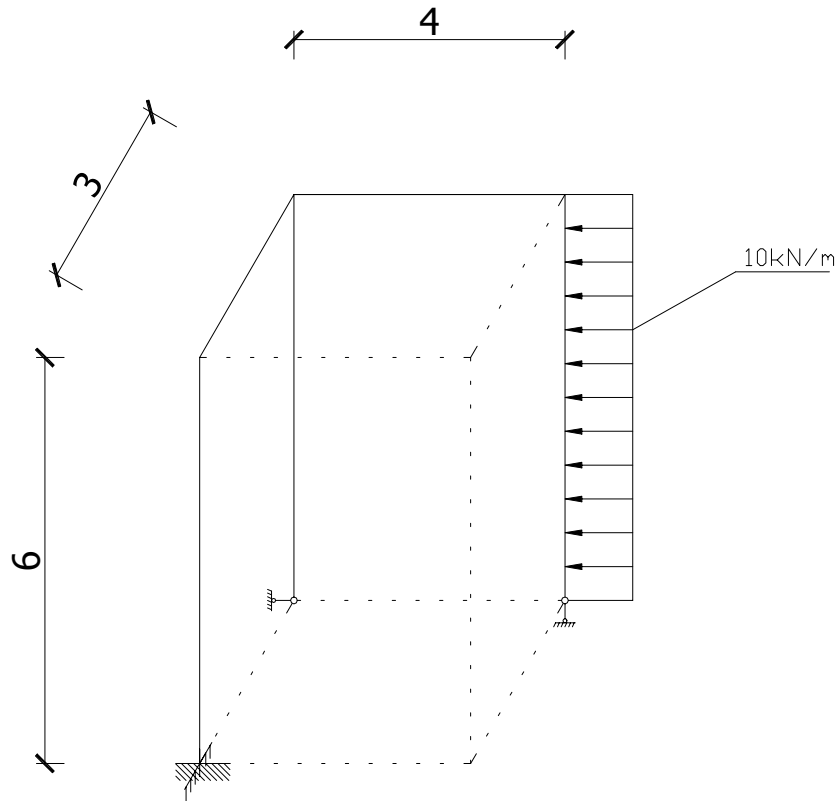
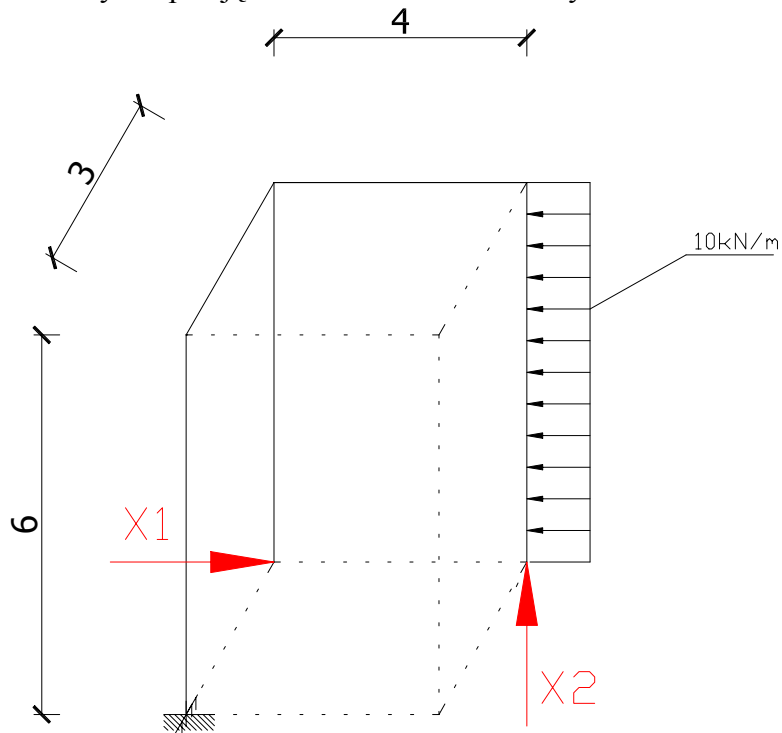


OBLICZANIE UKŁADÓW PRZESTRZENNYCH STATYCZNIE NIEWYZNACZALNYCH METODĄ SIŁ.

Zadana rama:



Dobieram układ podstawowy i zapisuję układ równań kanonicznych:



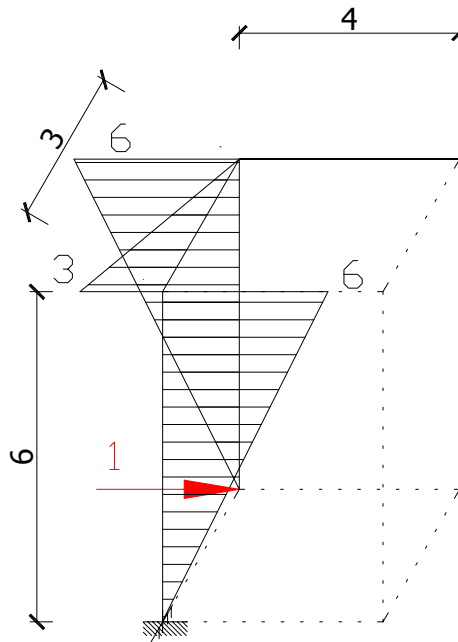
$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \Delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \Delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{ik} = \int \frac{M_i \cdot M_k}{EI} ds + \int \frac{M_i^s \cdot M_k^s}{EI} ds \quad \Delta_{iP} = \int \frac{M_P \cdot M_i}{EI} ds + \int \frac{M_i^s \cdot M^s_k}{EI} ds$$

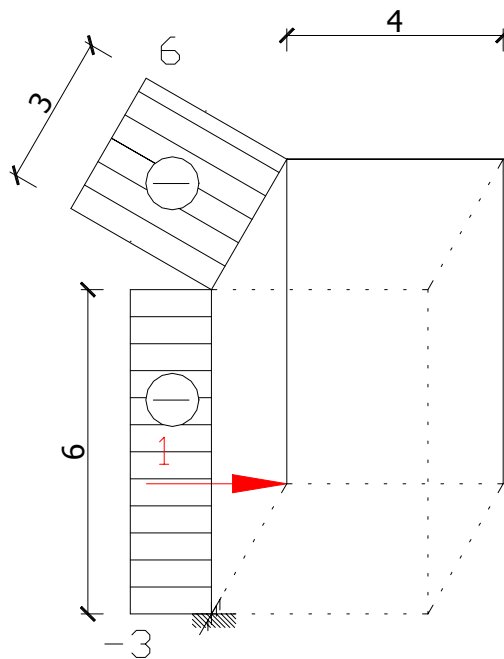
Parametry przekroju
 rurowego
 $G = 0,375E$
 $I_s = 2I$

Rysuję wykresy momentów od poszczególnych sił jednostkowych:

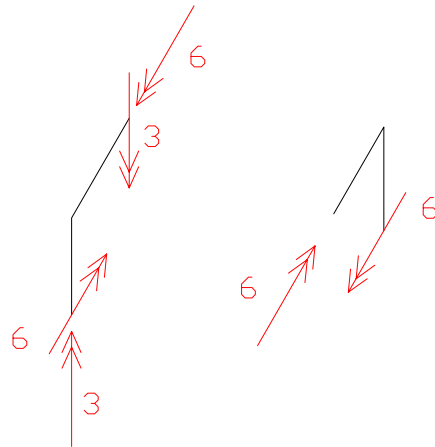
M_1 [m]



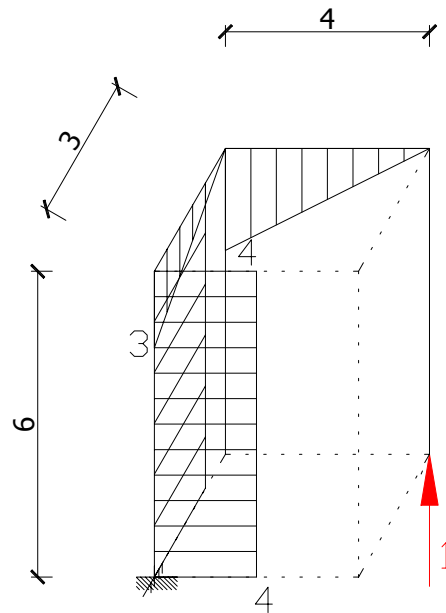
M_1^s [m]



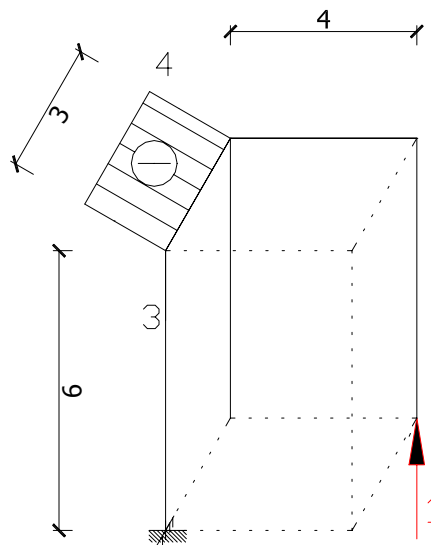
Równowaga węzłów:



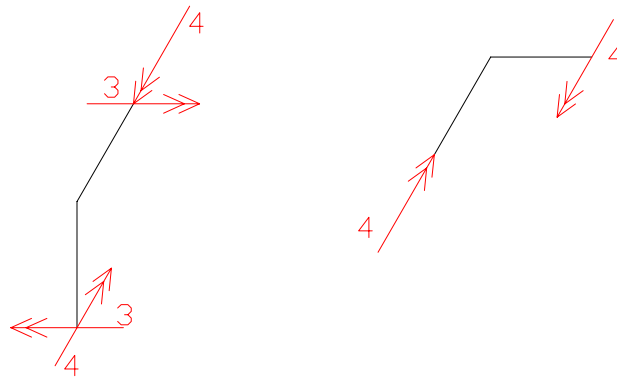
M_2 [m]



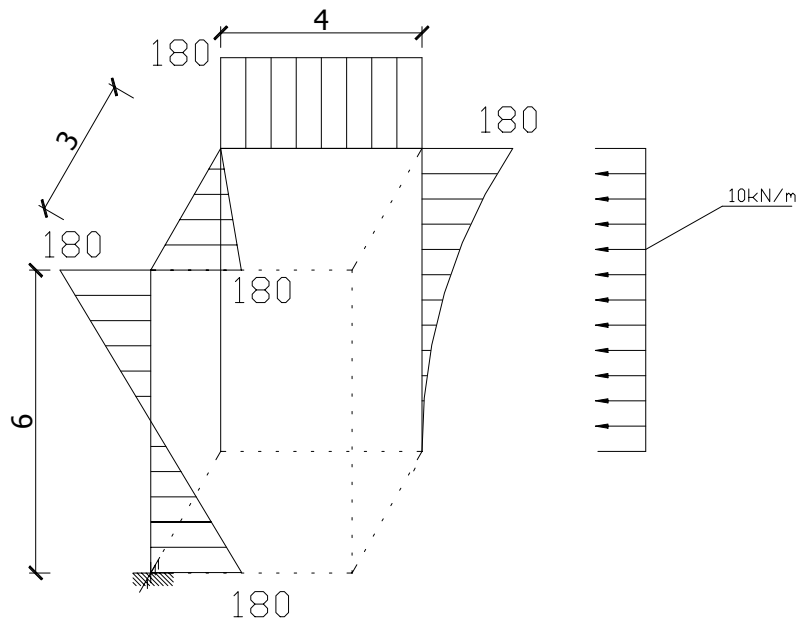
M_2^s [m]



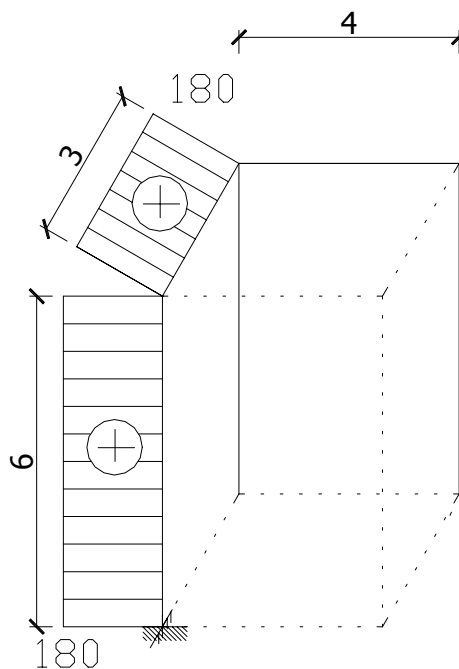
Równowaga węzłów:



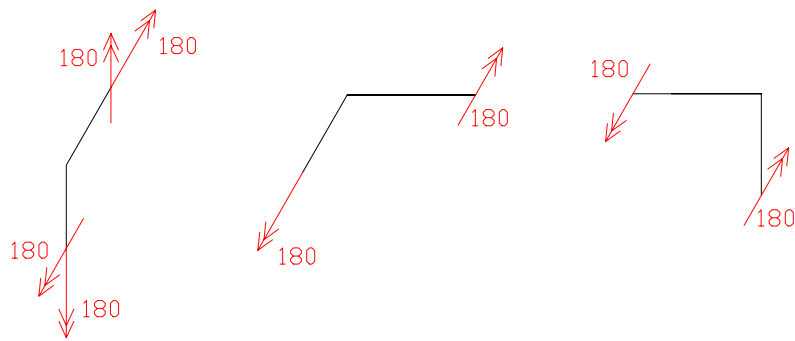
M_P [kNm]



M_P^s [kNm]



Równowaga węzłów:



Korzystając z metody Wereszczegina- Mohra całkowania iloczynu dwóch funkcji (w tym jednej prostoliniowej) otrzymuje się:

$$\delta_{ik} = \int \frac{M_i \cdot M_k}{EI} ds + \int \frac{M^s_i \cdot M^s_k}{EI} ds =$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left[2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6 \right) \right) + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 \right) \right] + \frac{1}{0,75EI} [6 \cdot 3 \cdot 6 + 6 \cdot 3 \cdot 3] = 369 \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4 \right) + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 \right) + 6 \cdot 4 \cdot 4 + 6 \cdot 3 \cdot 3 \right] + \frac{1}{0,75EI} [3 \cdot 4 \cdot 4] = 244,3(3) \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\delta_{12} = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot 4 \right] + \frac{1}{0,75EI} [6 \cdot 3 \cdot 4] = 168 \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 180 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 180 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6 \right) - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 180 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 6 \right) \right] - \frac{1}{0,75EI} [6 \cdot 3 \cdot 180 + 6 \cdot 3 \cdot 180] = -10260 \cdot \frac{1}{EI}$$

$$\Delta_{2P} = -\frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 180 \right] - \frac{1}{0,75EI} [3 \cdot 180 \cdot 4] = -4320 \cdot \frac{1}{EI}$$

Sprawdzenie globalne delt:

$$\int \frac{M_s^2}{EI} ds + \int \frac{M^s_s^2}{0,75EI} ds = \sum_i \sum_k \delta_{ik}$$

$$\int \frac{M_s^2}{EI} ds = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4 \right) + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 6 \right) + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 3 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 \right) + 6 \cdot 3 \cdot 3 + \right. \\ \left. + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 6 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 10 \right) + \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 6 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot 4 \right) \right] = 477,3(3)$$

$$\int \frac{M^s_s^2}{0,75EI} ds = \frac{1}{0,75EI} \cdot [3 \cdot 10 \cdot 10 + 6 \cdot 3 \cdot 3] = \frac{1}{EI} \cdot 472$$

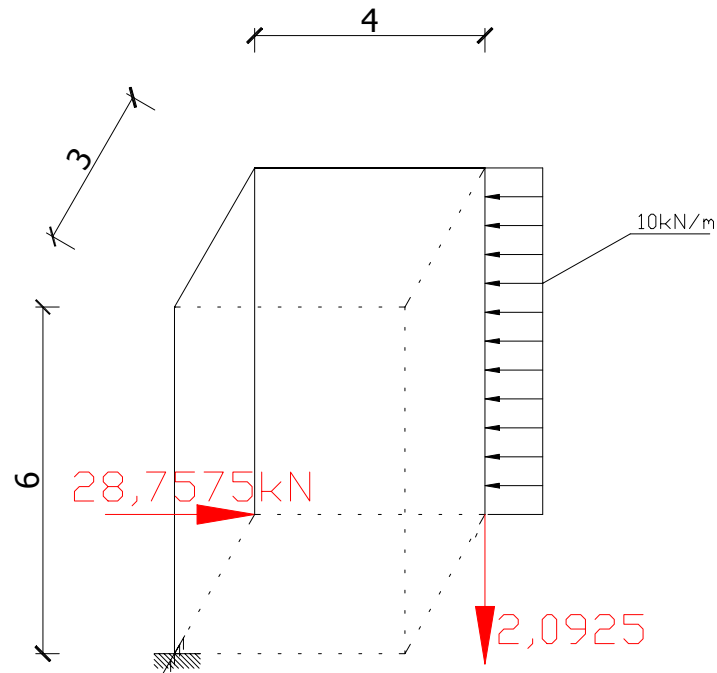
$$\sum_i \sum_k \delta_{ik} = \delta_{11} + \delta_{12} + \delta_{21} + \delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot 949 \frac{1}{3}$$

Mając dane wszystkie wielkości podstawiam je do układu równań i rozwiązuję go:

$$\begin{cases} 369 \cdot X_1 + 168 \cdot X_2 - 10260 = 0 \\ 168 \cdot X_1 + 244 \frac{1}{3} \cdot X_2 - 4320 = 0 \end{cases}$$

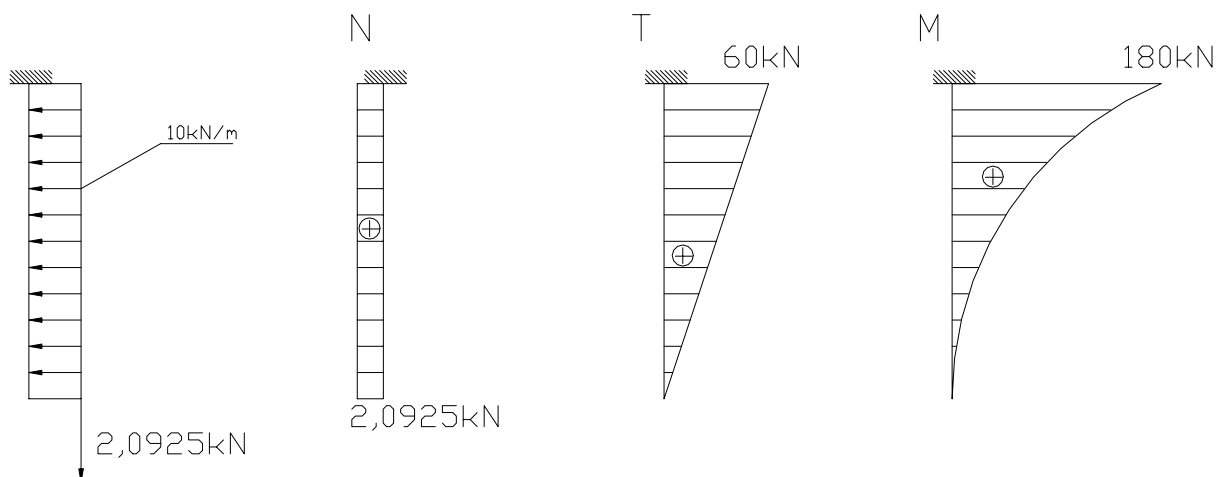
$$X_1 = 28,7575 \text{ kN}$$

$$X_2 = -2,0925 \text{ kN}$$

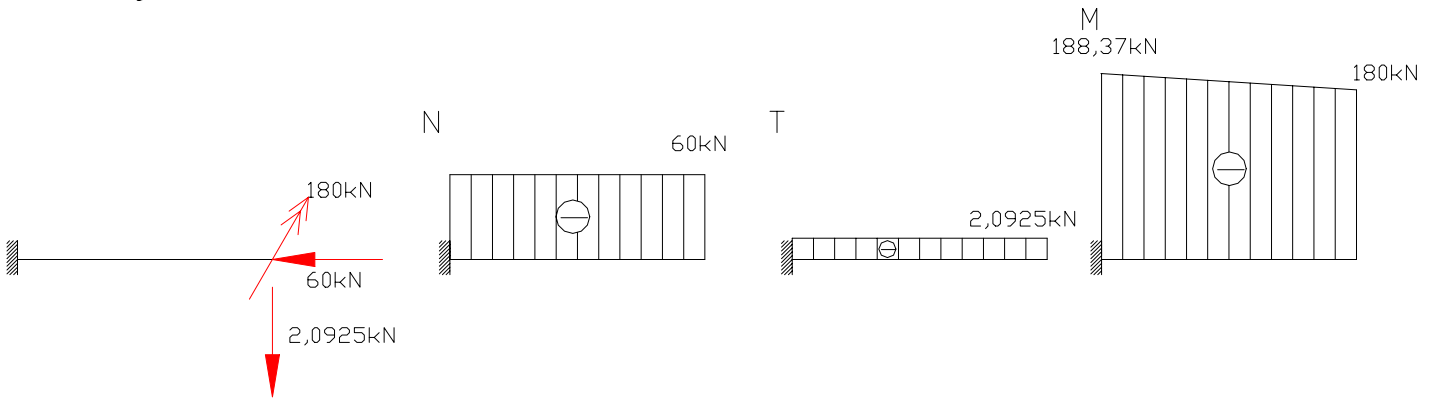


Siły występujące w poszczególnych prętach:

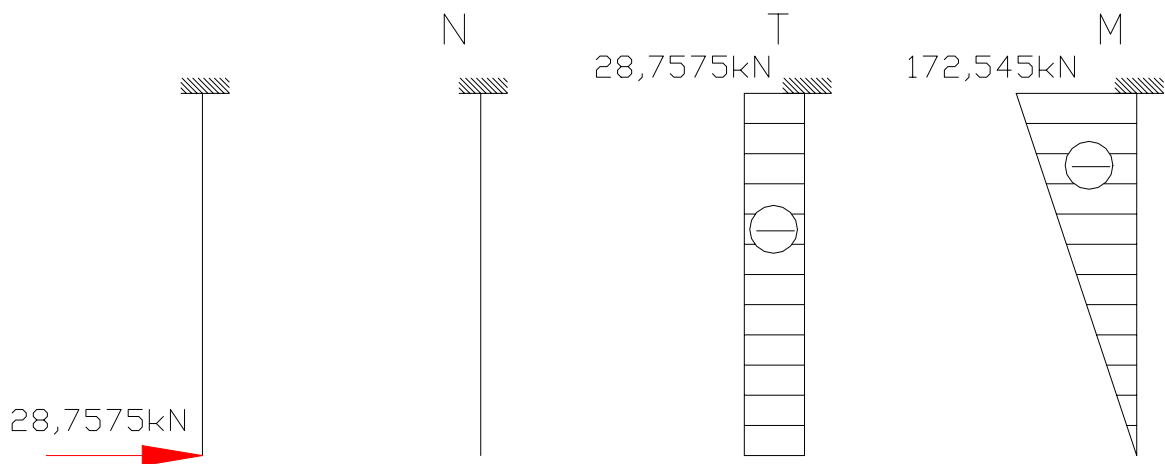
Pręt 1



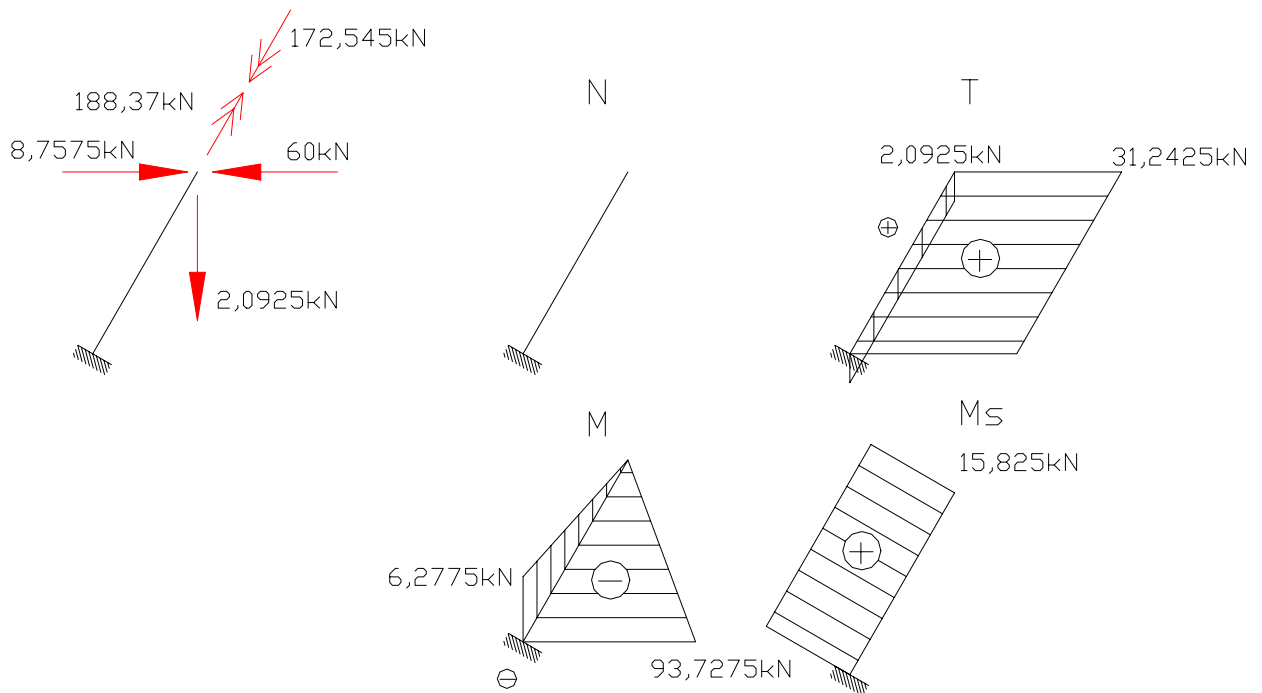
Pręt 2



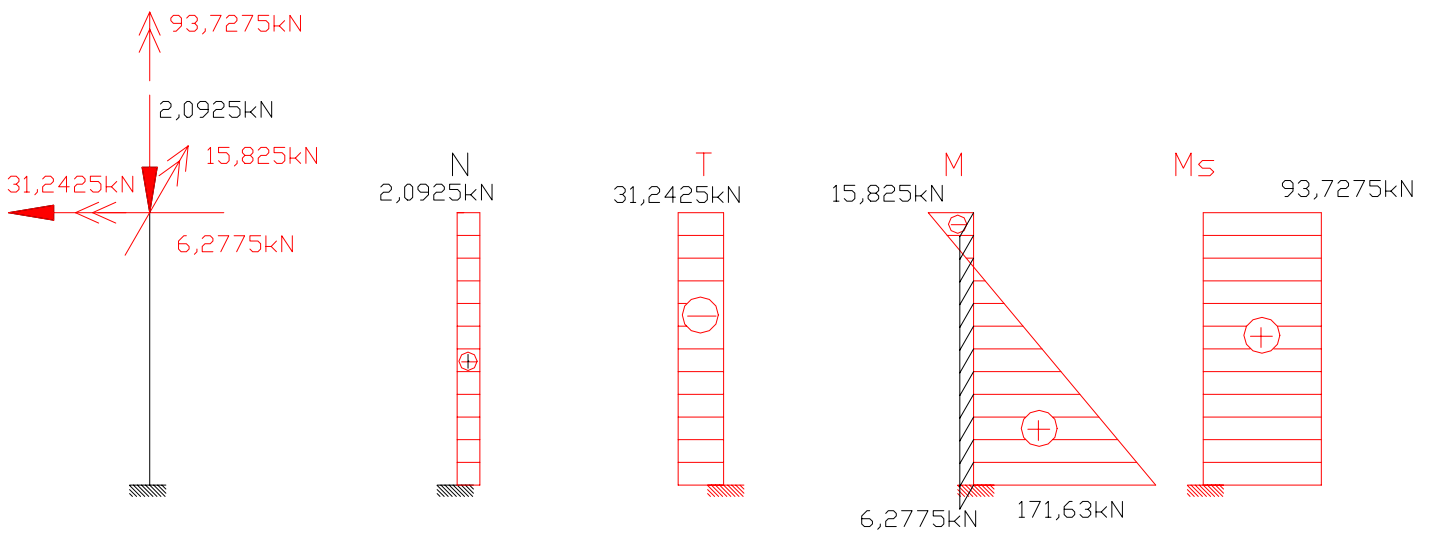
Pręt 3



Pręt 4

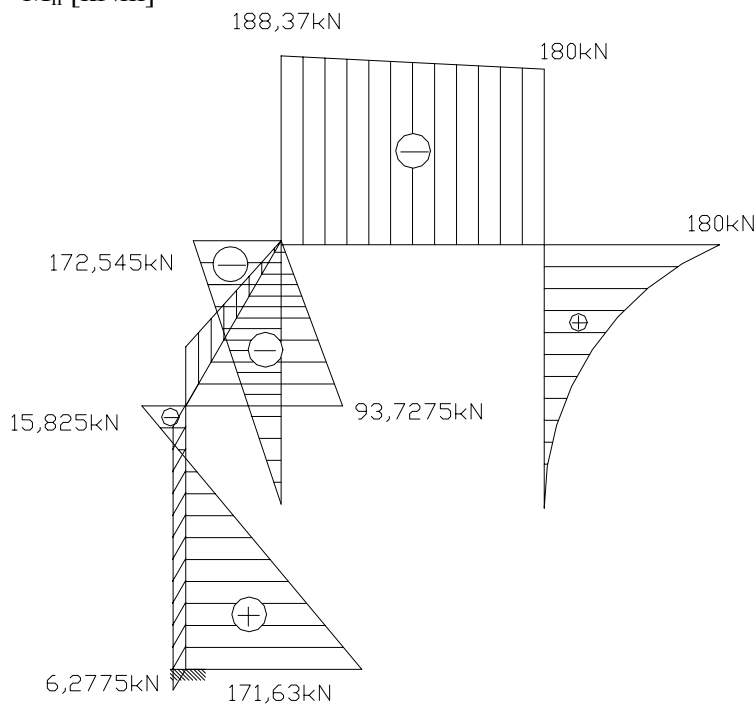


Pręt 5

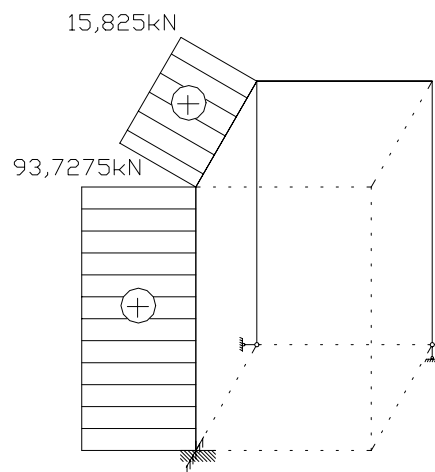


Końcowy wykres momentów:

M_n [kNm]



M_n^s [kNm]



Kontrola kinematyczna:

$$u_1 = \int \frac{M_n \cdot M_1}{EI} ds + \int \frac{M_n^s \cdot M_1^s}{EI} ds$$

$$u_1 = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 172,545 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 93,7275 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 15,825 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 171,63 \cdot 2 \right] +$$

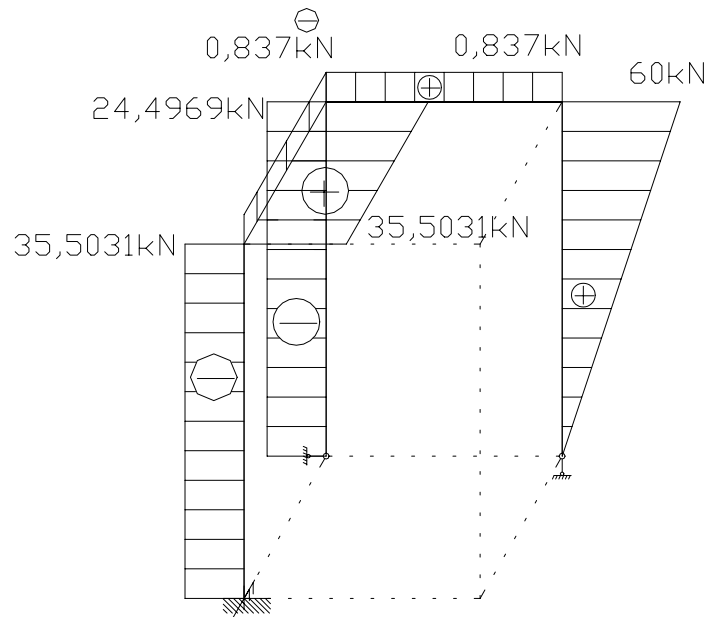
$$+ \frac{1}{0,75 \cdot EI} \cdot [-93,7275 \cdot 6 \cdot 3 - 6 \cdot 3 \cdot 15,825] = \frac{0,0225}{EI}$$

$$u_2 = \int \frac{M_n \cdot M_2}{EI} ds + \int \frac{M_n^S \cdot M_2^S}{EI} ds$$

$$u_2 = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 180 + \frac{2}{3} \cdot 188,37 \right) - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6,2775 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 3 \right) - 6 \cdot 3 \cdot 6,2775 - \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 15,825 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 171,63 \cdot 4 \right] + \frac{1}{0,75 \cdot EI} \cdot [3 \cdot 15,825 \cdot 4] = \frac{0,0075}{EI}$$

Końcowy wykres tnących:

T_n [kN]



Końcowy wykres normalnych:

N_n [kN]

