Olga Kopacz, Adam Łodygowski, Krzysztof Tymper,
Michał Płotkowiak, Wojciech Pawłowski
Konsultacje naukowe: prof. dr hab. JERZY RAKOWSKI
Poznań 2002/2003

MECHANIKA BUDOWLI 15

Algorytm postępowania w przypadku rozpatrywania dynamiki ram.

Na wcześniejszych wykładach z mechaniki budowli (dotyczących dynamiki) rozpatrywaliśmy następujące problemy: czym w ogóle zajmuje się dynamika budowli i z jakimi zjawiskami oraz wielkościami fizycznymi jest związana, jak ją opisujemy i modelujemy dla pojedynczych mas skupionych (tak traktowaliśmy belkę) w warunkach idealnych (bez tarcia, oporu powietrza itd.) oraz bez sił wymuszających (dynamika drgań własnych), następnie uwzględniliśmy różne tłumienia ruchu oraz różne siły go wymuszające, w dalszej części wykładów zajęliśmy się dynamiką układów o wielu stopniach swobody (masę potraktowaliśmy jako układ dyskretny czyli składający się z wielu pojedynczych mas skupionych) oraz sposobami jej interpretacji (jej postaciami), w końcu rozpatrywaną przez nas drgającą belkę potraktowaliśmy jako materiał o ciągłym rozkładzie masy, wyprowadziliśmy dla niej równania (różniczkowe) ruchu (tzw. równania falowe) wraz z ich analizą a na ich podstawie wyprowadziliśmy wzory transformacyjne metody przemieszczeń. Wykład ten kończy zagadnienia związane z dynamiką budowli i będzie pewnego rodzaju podsumowaniem dotychczas poznanych zagadnień, gdyż ściśle bazuje on na wykładach wcześniejszych a zarazem łączy je w logiczną całość.

1.1. Założenia:

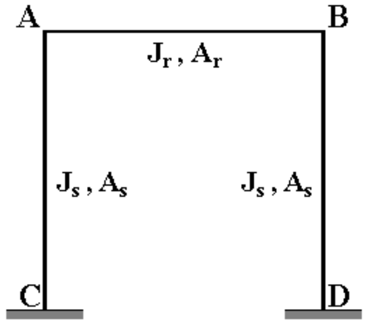
- zadanie quasi-statyczne

- drgania harmoniczne (okresowe, periodyczne, czyli powtarzające się w regularnych odstępach czasowych)

- ciągły, liniowy rozkład masy w prętach ramy

1.2. Algorytm postępowania (przypadek drgań symetrycznych dla ramy o budowie symetrycznej)

Rozpatrywana przez nas konstrukcja (np. rama – Rys. 1.2.1), pod wpływem czynników zewnętrznych, ze stanu równowagi (statyka) została wprowadzona w drgania (dynamika).



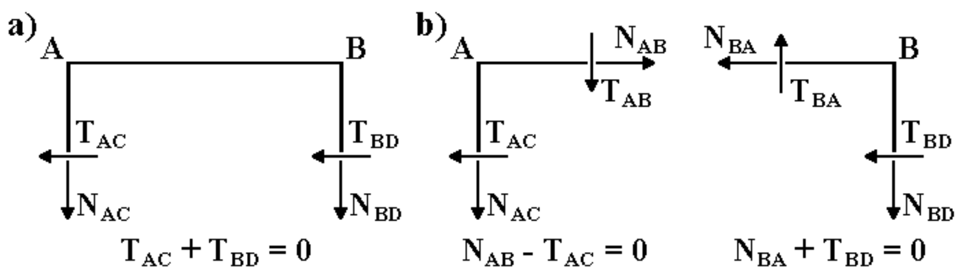
Rys. 1.2.1 Przykład rozpatrywanej ramy

W celu określenia częstości kołowych drgań własnych (niebezpiecznych dla konstrukcji), skorzystamy z wyprowadzonych na wcześniejszych wykładach, wzorów transformacyjnych metody przemieszczeń dla prętów pryzmatycznych o ciągłym rozkładzie masy, poddanych drganiom, które podstawimy do następująco zmodyfikowanego równania kanonicznego:

$$
\begin{array}{ll}
1)\sum M_A = 0 & 2)\sum M_B = 0 \\
3)\sum X_A = 0 & 4)\sum X_B = 0
\end{array}
\qquad (1.2.1)
$$

Powyższe równania (1.2.1) dotyczą przypadku występowania drgań własnych o postaciach symetrycznych.

Należy zauważyć, że klasyczne równania metody przemieszczeń (wzór 1.2.1 podpunkty: 1) i 2)) zostały uzupełnione dwoma równaniami równowagi dynamicznej sił w węzłach „A” i „B” (Rys.1.2.2).



Rys. 1.2.2 Równania równowagi dynamicznej sił w węzłach

Po podstawieniu wzorów transformacyjnych do równania kanonicznego (należy zwrócić uwagę, że siły normalne są wynikiem drgań podłużnych zaś siły tnące drgań poprzecznych prętów), otrzymamy układ czterech równań z pięcioma niewiadomymi (cztery amplitudy przemieszczeń: φ_A, φ_B, v_A, v_B, zaś piąta to poszukiwana częstość kołową drgań własnych „ω”). Rzeczywiste rozwiązania tego układu, czyli poszukiwane ω_1, ω_2, itd. (pomijając rozwiązanie trywialne tzn. $\omega = 0$, czyli statykę) otrzymamy przez przyrównanie wyznacznika tego równania do zera ($\det|\ldots| = 0$).