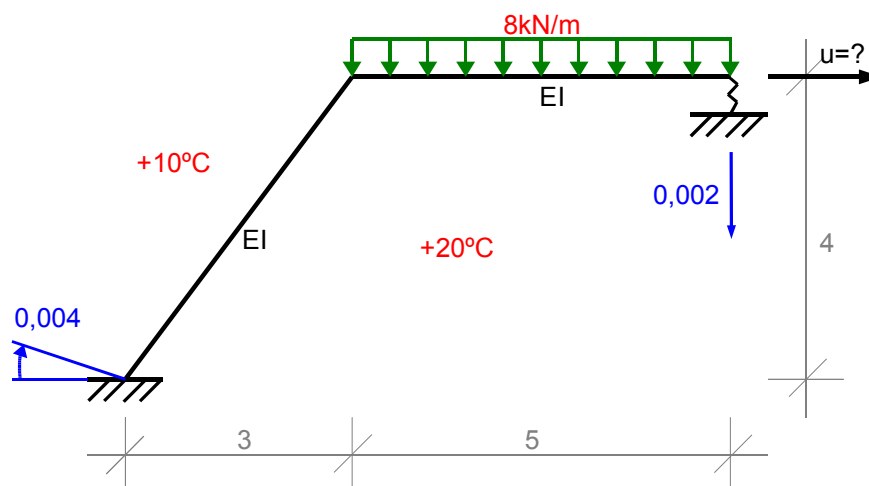




1. Przykładowe zadania z mechaniki budowli

1.1. Zadanie 1 (1 twierdzenie redukcyjne)

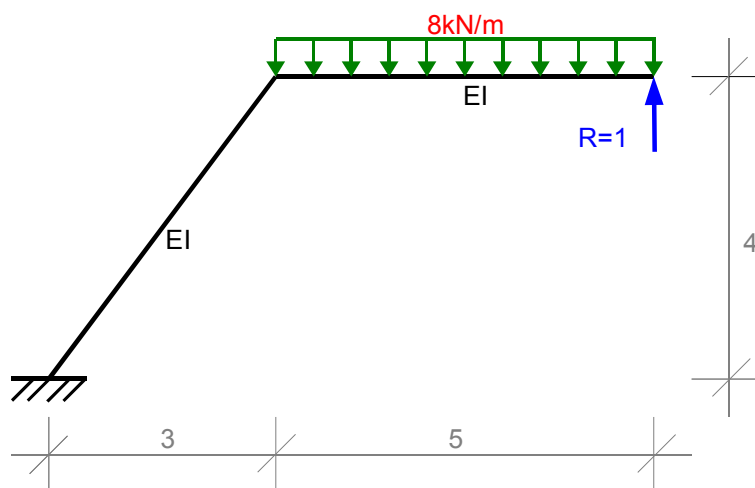
Obliczenie przemieszczenia poziomego, wpływ temperatury i osiadania.



Rys.1.1. Rama płaska statycznie niewyznaczalna

SSN = 1

Przyjmujemy układ podstawowy



Rys.1.2. Układ podstawowy

Dane geometryczne i materiałowe:

$$t_m = 15 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$EI = 6000 \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5} [1/C]$$

$$h = 0,25$$

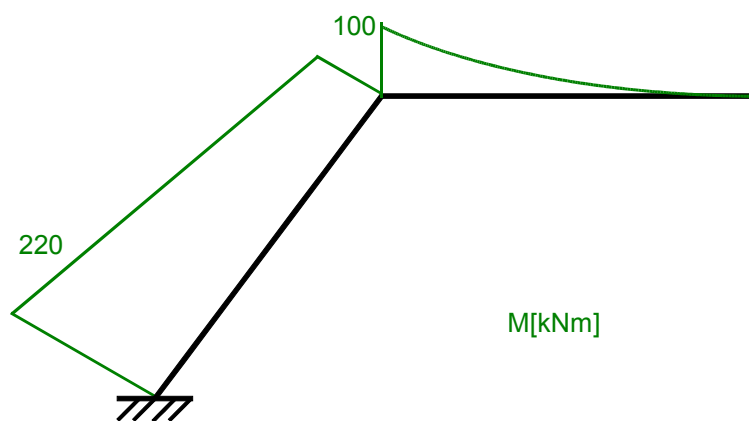
$$k = \frac{1}{5} EI$$

$$t_o = 0 \text{ } ^\circ C$$

$$t_m = 10 \text{ } ^\circ C$$

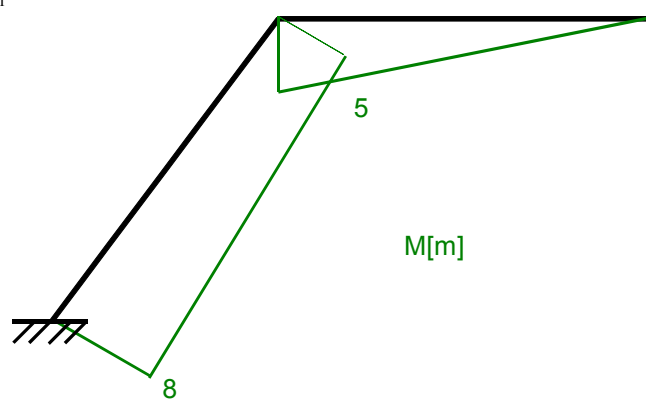
Dzielimy na stany od poszczególnych obciążeń, obliczamy reakcje podpór i rysujemy wykresy momentów zginających.

- stan od obciążenia rzeczywistego (P)

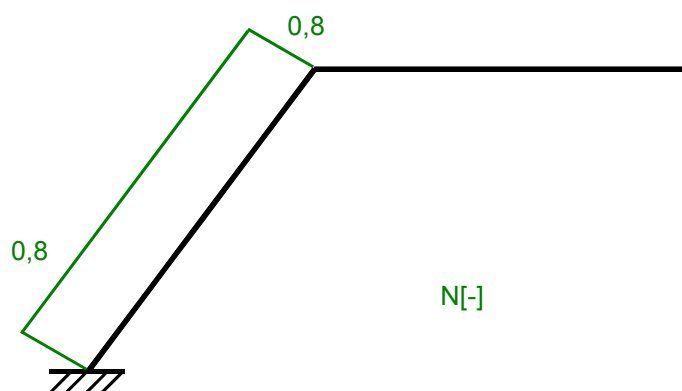


Rys.1.3. Wykres momentów w stanie P

- Stan od obciążenia X_1



Rys.1.4. Wykres momentów w stanie 1



Rys.1.4. Wykres sił normalnych w stanie 1

Obliczenia:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 8 \right) + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 8 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{3} \cdot 5 \right) \right] + \frac{1 \cdot 1}{k}$$

$$\delta_{11} = 0,0436111111 \text{ [m]}$$

$$\delta_{1P} = \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 5 + \frac{2}{3} \cdot \frac{8 \cdot 5^3}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 100 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 5 + \frac{1}{3} \cdot 8 \right) \right)$$

$$+ \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 220 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{3} \cdot 5 \right) - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 \cdot \alpha_i \cdot \frac{10}{0,25} - \frac{5+8}{2} \cdot 5 \cdot \alpha_i \cdot \frac{10}{0,25} + 8 \cdot 0,004 + 0,002 \cdot 1 \right)$$

$$\delta_{1P} = -0,995833 \text{ [m]}$$

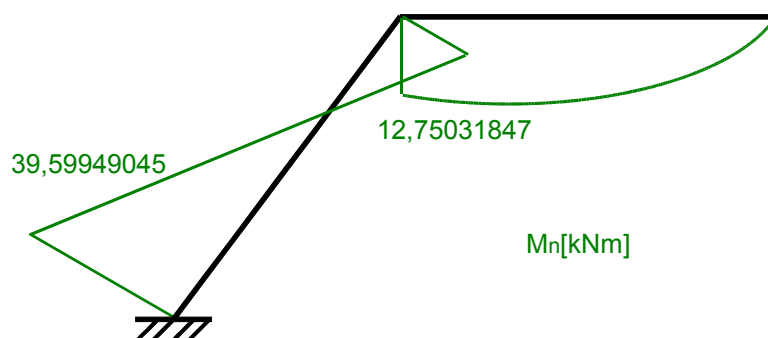
Zapisujemy warunki kinematycznej zgodności przyjętego układu podstawowego z układem wyjściowym:

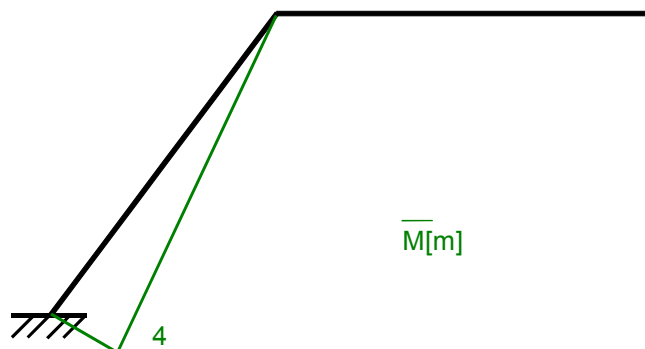
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1P} = 0$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{1P}}{\delta_{11}}$$

Obliczenie przemieszczenia poziomego w punkcie A:

Obciążenie wirtualne przykłada się w tym samym schemacie podstawowym, który posłużył do obliczenia ramy:

Rys.1.5. Wykres momentów od X_1

Rys.1.6. Wykres momentów od $u=1$

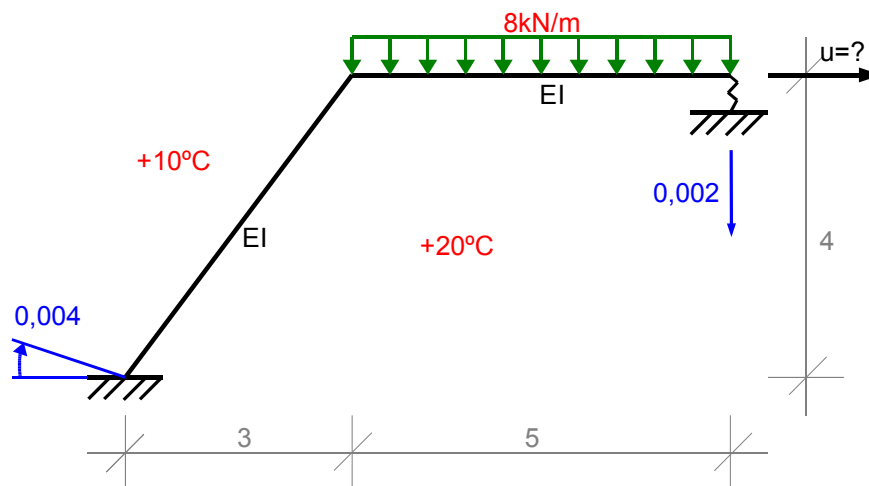
$$u_A = \sum \int \frac{\bar{M}^o \cdot M^n}{EI} dx + \sum \int \bar{M} \cdot \alpha_i \cdot \frac{\Delta t}{h} dx + \sum \int \bar{N} \cdot \alpha_i \cdot t_o dx + \sum \frac{R_i \cdot R_k}{k}$$

$$u = \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 4 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 39,599490 - \frac{1}{3} \cdot 12,750318 \right) + \frac{22,550063 \cdot 0}{k} + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{10}{0,25} \cdot \alpha_i + 4 \cdot 0,004 \right)$$

$$u = 0,057715 \text{ [m]}$$

1.2. Zadanie 2 (2 twierdzenie redukcyjne)

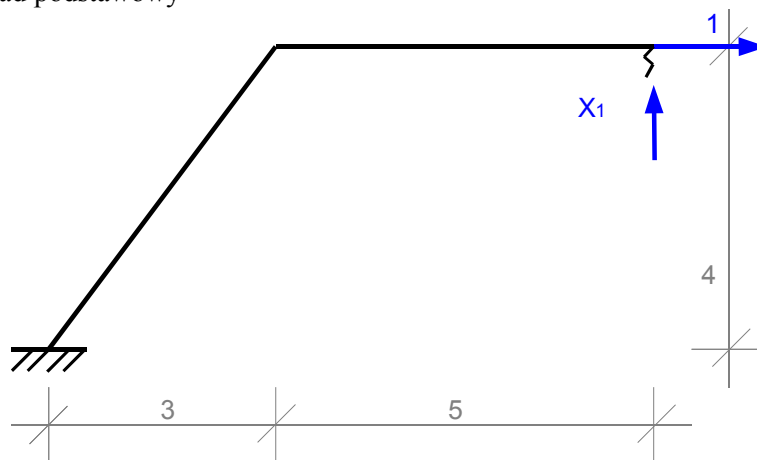
Obliczenie przemieszczenia poziomego, wpływ temperatury i osiadania.



Rys.2.1 Rama płaska statycznie niewyznaczalna

SSN = 1

Przyjmujemy układ podstawowy



Rys.2.2. Układ podstawowy

Dane geometryczne i materiałowe:

$$EI = 6000 \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ [1/C]}$$

$$h = 0,25$$

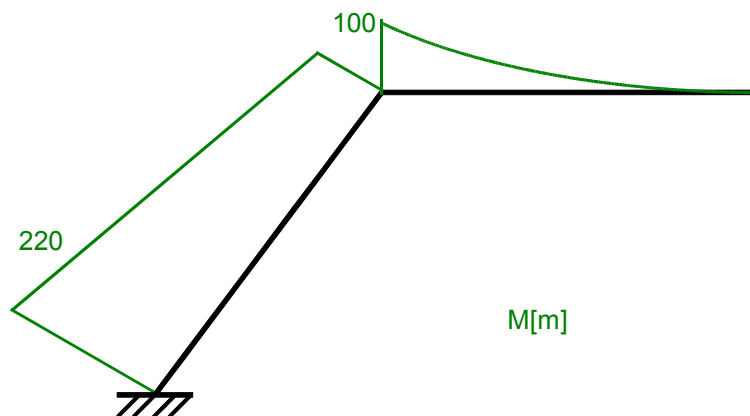
$$k = \frac{1}{5} EI$$

$$t_o = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_m = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$$

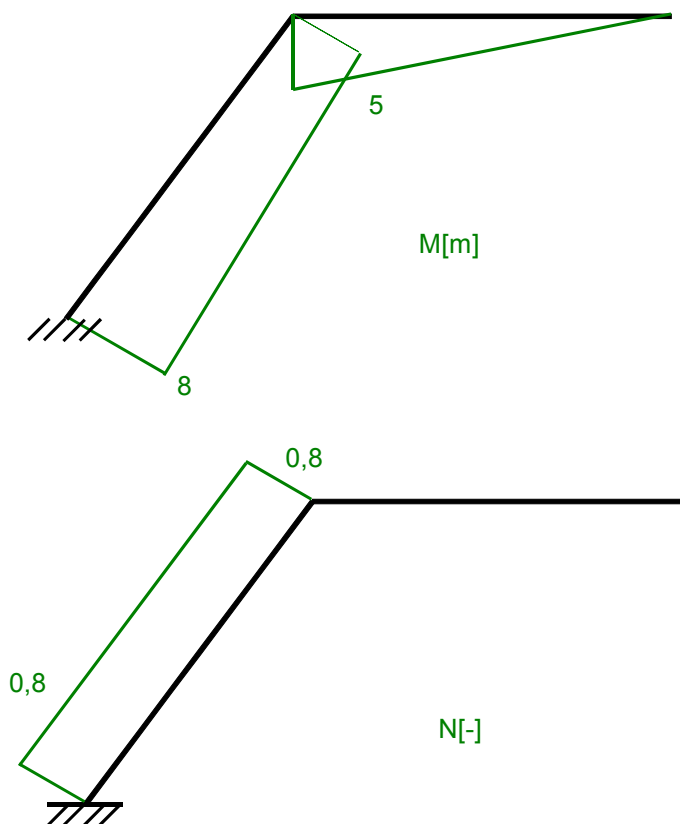
Dzielimy na stany od poszczególnych obciążeń, obliczamy reakcje podpór i rysujemy wykresy momentów zginających.

- stan od obciążenia rzeczywistego (P)



Rys.2.3. Wykres momentów w stanie P

- Stan od obciążenia X_1



Rys.2.3 Wykresy sił normalnych i momentów w stanie X_1

$$u_A = \sum \int \frac{M^o \cdot \overline{M}^n}{EI} dx + \sum \int \overline{M} \cdot \alpha_i \cdot \frac{\Delta t}{h} dx + \sum \int \overline{N} \cdot \alpha_i \cdot t_o dx + \sum \frac{R_i \cdot R_k}{k}$$

Obliczenia:

$$\delta_{11} = 0,043611111$$

$$\delta_{1P} = \frac{1}{EI} \left(\frac{-1}{2} \cdot 5 \cdot 4^2 \left(\frac{2}{3} \cdot 8 + \frac{1}{3} \cdot 5 \right) \right) = -0,011666666$$

Zapisujemy warunki kinematycznej zgodności przyjętego układu podstawowego z układem wyjściowym:

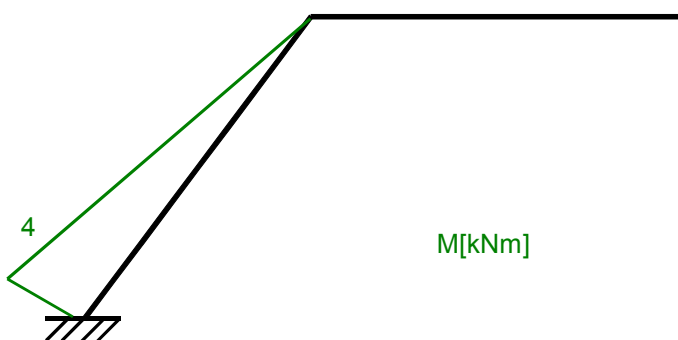
$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{1P} = 0$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{1P}}{\delta_{11}}$$

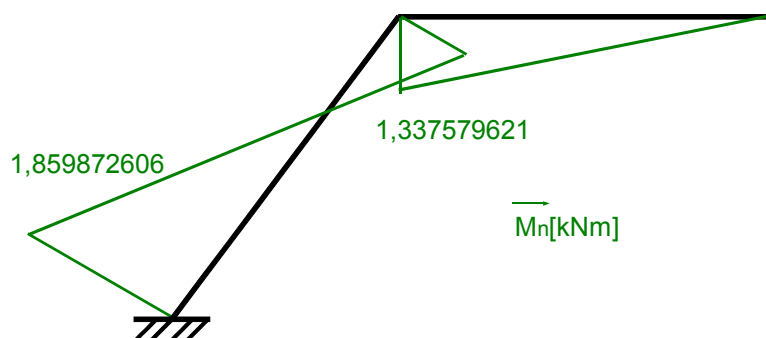
$$x_1 = 0,267515924$$

Obliczenie przemieszczenia poziomego w punkcie A:

Obciążenie wirtualne przykłada się w tym samym schemacie podstawowym, który posłużył do obliczenia ramy:



Rys.2.4. Wykres momentów dla u=1



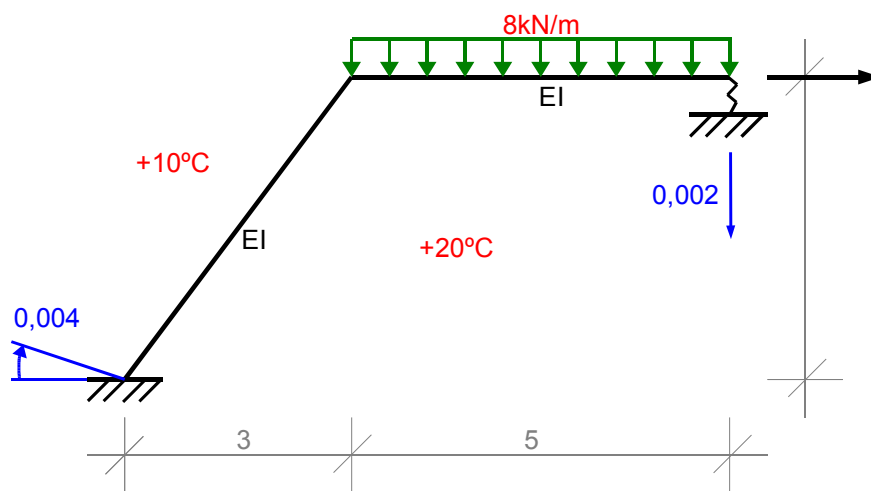
Rys.2.5. Wykres momentów X_1

$$u_A = \frac{1}{EI} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot 100 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,337579 + \frac{2}{3} \cdot \frac{8 \cdot 5^3}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,337579 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1,337579 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 100 + \frac{1}{3} \cdot 220 \right) \right) + \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 1,859872 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 220 + \frac{1}{3} \cdot 100 \right) + 0,004 \cdot 1,859872 + 0,002 \cdot 0,267515 \right) + \frac{1}{EI} \cdot \frac{10}{0,25} \cdot \alpha_t \cdot \left(-2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,337579 \cdot 3 + \frac{1}{2} \cdot 1,8598 \cdot 5 \right)$$

$$u = 0,057716 \text{ [m]}$$

1.3. Zadanie 3 (bez twierdzenia redukcyjnego)

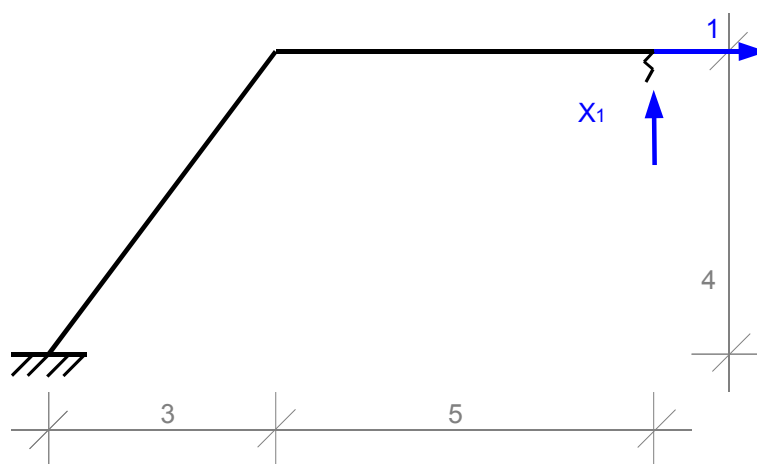
Obliczenie przemieszczenia poziomego, wpływ temperatury i osiadania.



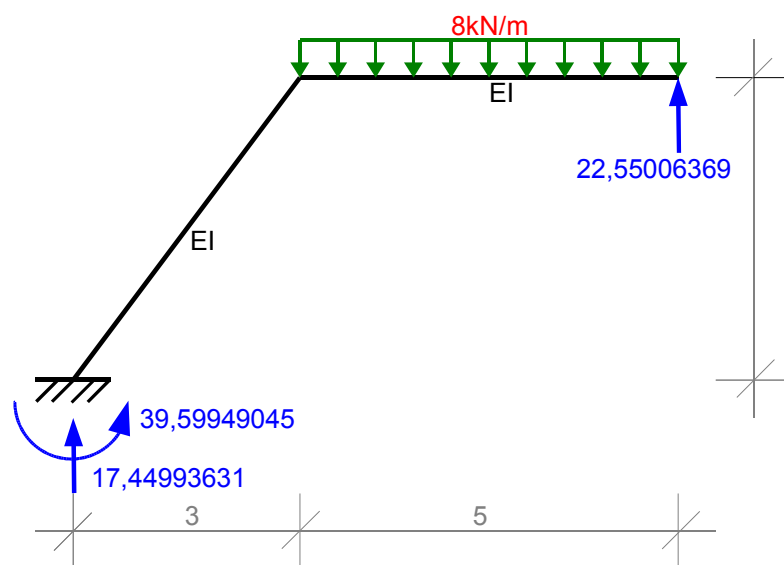
Rys.3.1. Układ statycznie niewyznaczalnym

$$SSN = 1$$

Przyjmujemy układ podstawowy



Rys.3.2. Układ podstawowy



Rys.3.3.

Dane geometryczne i materiałowe:

$$EI = 6000 \text{ [kNm}^2\text{]}$$

$$\alpha_t = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ [1/C]}$$

$$h = 0,25$$

$$k = \frac{1}{5} EI$$

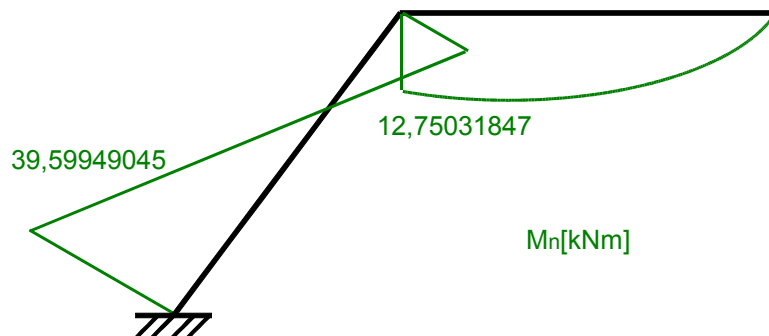
$$t_o = 0 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$t_m = 10 \text{ } ^\circ\text{C}$$

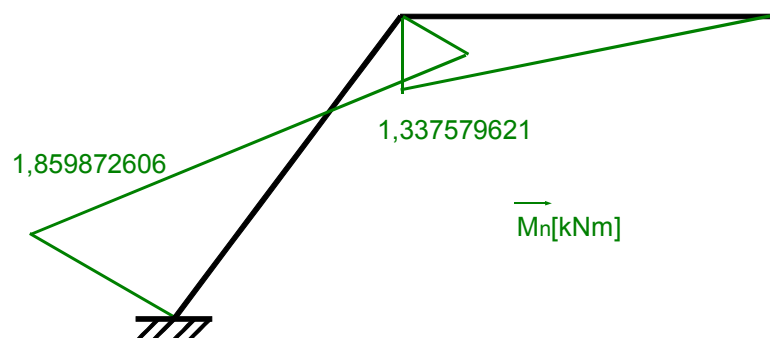
$$u_A = \sum \int \frac{M^n \cdot \bar{M}^n}{EI} dx + \sum \int \bar{M} \cdot \alpha_t \cdot \frac{\Delta t}{h} dx + \sum \int \bar{N} \cdot \alpha_t \cdot t_o dx + \sum \frac{R_i \cdot R_k}{k}$$

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \delta_1 P = 0$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{1P}}{\delta_{11}}$$



Rys.3.4. Wykres momentów dla X_1



Rys.3.5. Wykres momentów

$$\begin{aligned}
 u_A = & \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 12,750318 \cdot 5 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1,337579 + \frac{2}{3} \cdot \frac{8 \cdot 5^3}{8} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,337579 \right) \\
 & + \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 12,750318 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,337579 - \frac{1}{3} \cdot 1,859872 \right) \right) \\
 & + \frac{1}{EI} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot 39,5994 \cdot 5 \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot 1,859872 - \frac{1}{3} \cdot 1,337579 \right) + 0,004 \cdot 1,859872 + 0,002 \cdot 0,267515 \right) \\
 & + \frac{1}{EI} \cdot \frac{10}{0,25} \cdot \alpha_t \cdot \left(-2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,337579 \cdot 5 + \frac{1}{2} \cdot 1,859872 \cdot 5 \right)
 \end{aligned}$$

$$u_A = 0,057726 \text{ [m]}$$