

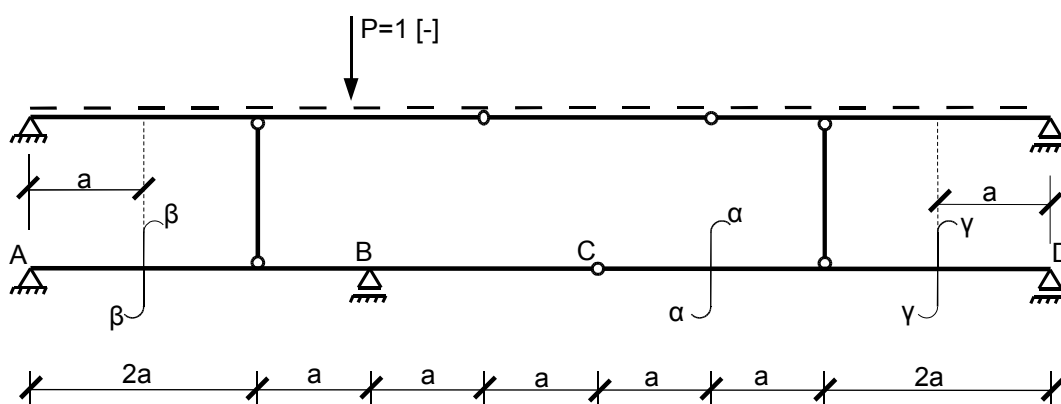
1.



1. LINIE WPŁYWOWE W UKŁADACH STATYCZNIE WYZNACZALNYCH

1.1. Zadanie 1

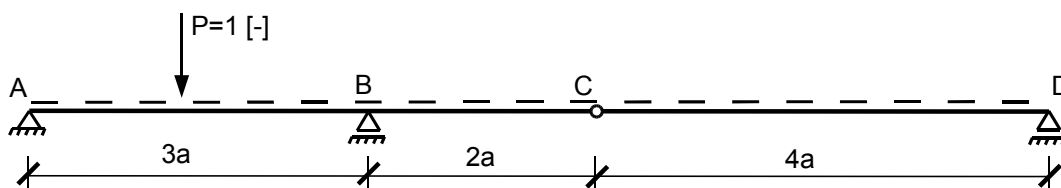
Dla belki przedstawionej na poniższym rysunku wyznaczyć linie wpływowe zaznaczonych wielkości statycznych (linie wpływowe reakcji podporowych oraz sił wewnętrznych w zaznaczonych przekrojach $\alpha-\alpha$, $\beta-\beta$, $\gamma-\gamma$, $\delta-\delta$).



Rys. 1.1.

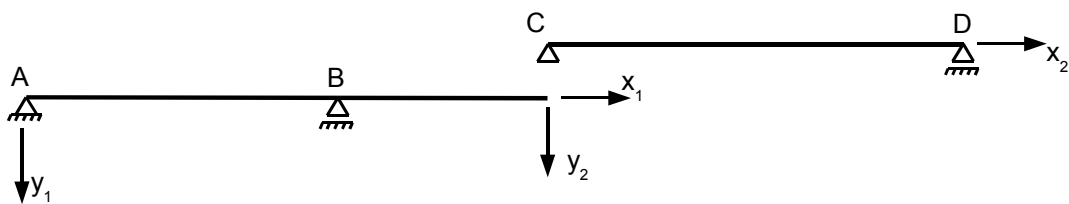
Rozwiązanie

Wyznaczając linie wpływowe wielkości statycznych dla belki z pomostem pośrednim na którym porusza się jednostkowa siła $P=1 [-]$ początkowo rozpatrywać należy analogiczną belkę bez pomostu (rys. 1.2)



Rys. 1.2.

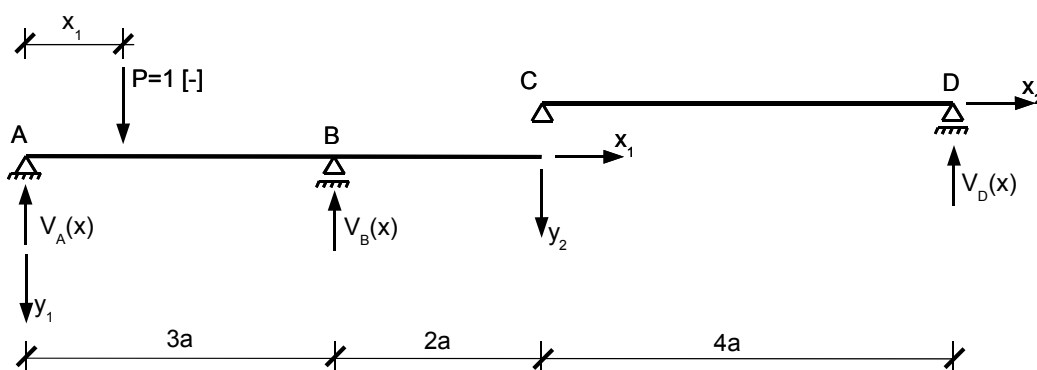
Daną belkę złożoną należy rozdzielić na dwie belki proste dla których przyjmujemy odpowiednie układy współrzędnych (rys. 1.3).



Rys. 1.3.

1. Wyznaczenie funkcji reakcji podporowych w zależności od położenia poruszającej się siły $P=1$ [-].

a) $x \in \langle A; C \rangle$ - położenie siły $P=1$ [-] określa współrzędna x_1



Rys. 1.4.

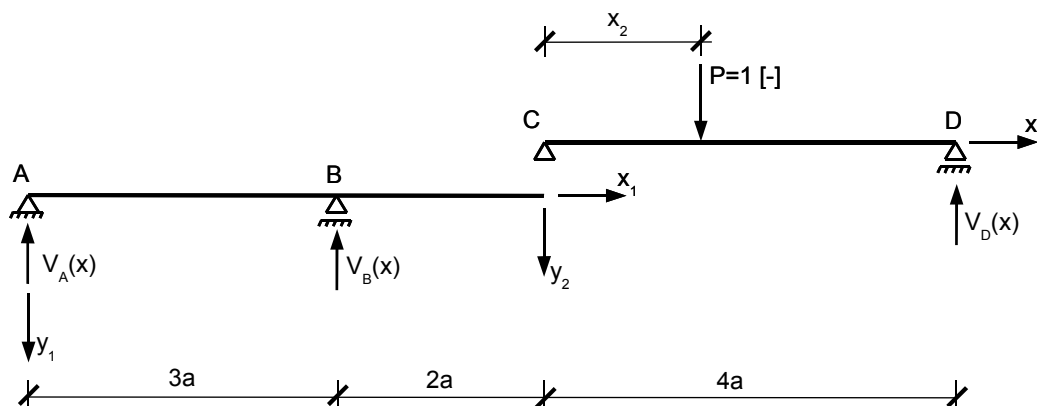
Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowej V_A - $l w V_A$

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 \\ V_A \cdot 3a - 1 \cdot (3a - x_1) &= 0 \\ V_A &= \frac{3a}{3a} - \frac{x_1}{3a} = 1 - \frac{x_1}{3a} \\ l w V_A &= 1 - \frac{x_1}{3a} \quad [-] \end{aligned}$$

Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowej V_B - $l w V_B$

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0 \\ -V_B \cdot 3a + 1 \cdot x_1 &= 0 \\ V_B &= \frac{x_1}{3a} \\ l w V_B &= \frac{x_1}{3a} \quad [-] \end{aligned}$$

b) $x \in \langle C; D \rangle$ - położenie siły $P=1[-]$ określa współrzędna x_2



Rys. 1.5.

Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowej V_A - $lw V_A$

$$\begin{aligned} lwV_A &= lwV_A(C) \cdot lwV_C \\ lwV_A &= lwV_A(5a) \cdot lwV_C \\ lwV_A &= \left(1 - \frac{5a}{3a}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) \\ lwV_A &= \left(\frac{-2}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) [-] \end{aligned}$$

Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowej V_B - $lw V_B$

$$\begin{aligned} lwV_B &= lwV_B(C) \cdot lwV_C \\ lwV_B &= lwV_B(5a) \cdot lwV_C \\ lwV_B &= \left(\frac{5a}{3a}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) \\ lwV_B &= \frac{5}{3} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) [-] \end{aligned}$$

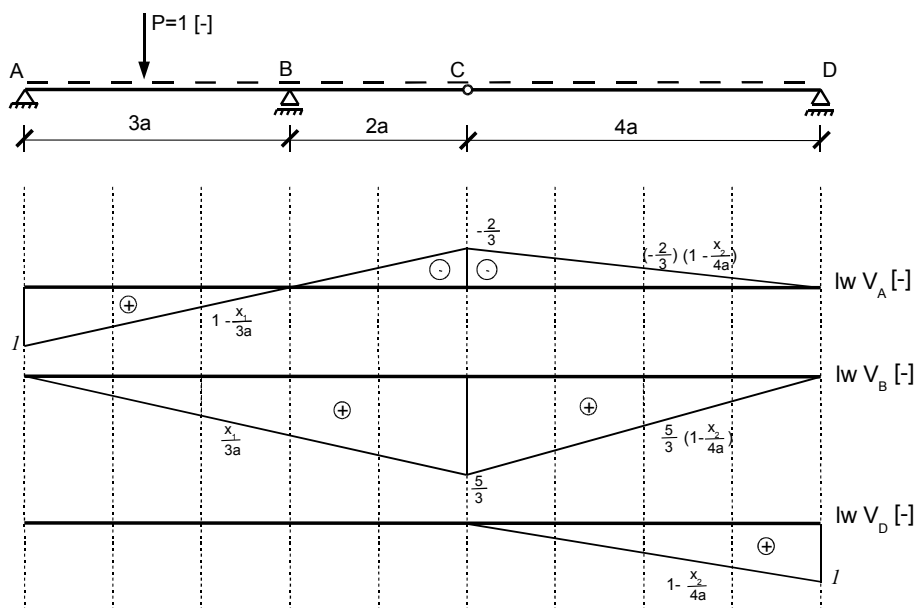
Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowej V_B - $lw V_B$

$$\begin{aligned} lwV_B &= lwV_B(C) \cdot lwV_C \\ lwV_B &= lwV_B(5a) \cdot lwV_C \\ lwV_B &= \left(\frac{5a}{3a}\right) \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) \\ lwV_B &= \frac{5}{3} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) [-] \end{aligned}$$

Wyznaczenie linii wpływu reakcji podporowej V_D - lwV_D

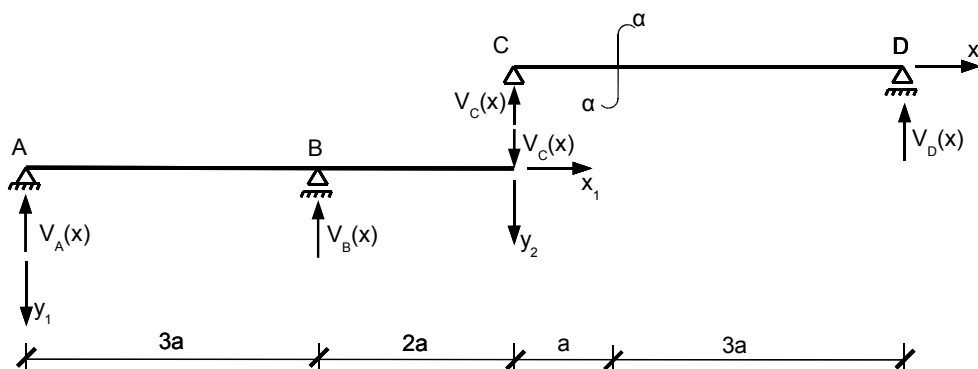
$$\begin{aligned}\sum M_C &= 0 \\ -V_D \cdot 4a + 1 \cdot x_2 &= 0 \\ V_D &= \frac{x_2}{4a} \\ lwV_D &= \frac{x_2}{4a} [-]\end{aligned}$$

Wykres linii wpływu reakcji podporowych przedstawiono na poniższym rysunku.



Rys. 1.6.

2. Wyznaczenie funkcji sił wewnętrznych w przekroju α - α .



Rys. 2.1.

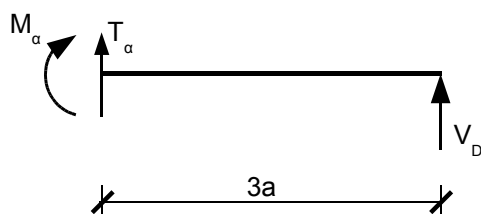
- a) $x \in \langle A; C \rangle$ - położenie siły $P=1[-]$ określa współrzędna x_1

$$\begin{aligned} l w T_{\alpha} &= 0 [-] \\ l w M_{\alpha} &= 0 [m] \end{aligned}$$

- b) $x \in \langle C; D \rangle$ - położenie siły $P=1[-]$ określa współrzędna x_2

- $0 \leq x_2 < a$

W celu uproszczenia obliczeń warto skorzystać z równań równowagi części położonej na prawo od przekroju α - α , gdyż nie uwzględnia się wtedy poruszającej się siły.



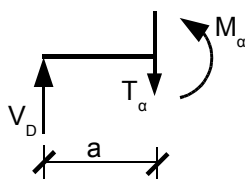
Rys. 2.2.

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0 \\ -T_{\alpha} - V_D &= 0 \\ T_{\alpha} &= -V_D \\ l w T_{\alpha} &= -l w V_D \\ l w T_{\alpha} &= -\frac{x_2}{4a} [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{\alpha-\alpha} &= 0 \\ -V_D \cdot 3a + M_{\alpha} &= 0 \\ M_{\alpha} &= 3a \cdot V_D \\ l w M_{\alpha} &= 3a \cdot l w V_D = 3a \cdot \frac{x_2}{4a} \\ l w M_{\alpha} &= \frac{3}{4} x_2 [m] \end{aligned}$$

- $a < x_2 \leq 4a$

W celu uproszczenia obliczeń warto skorzystać z równań równowagi części położonej na lewo od przekroju α - α , gdyż nie uwzględnia się wtedy poruszającej się siły.

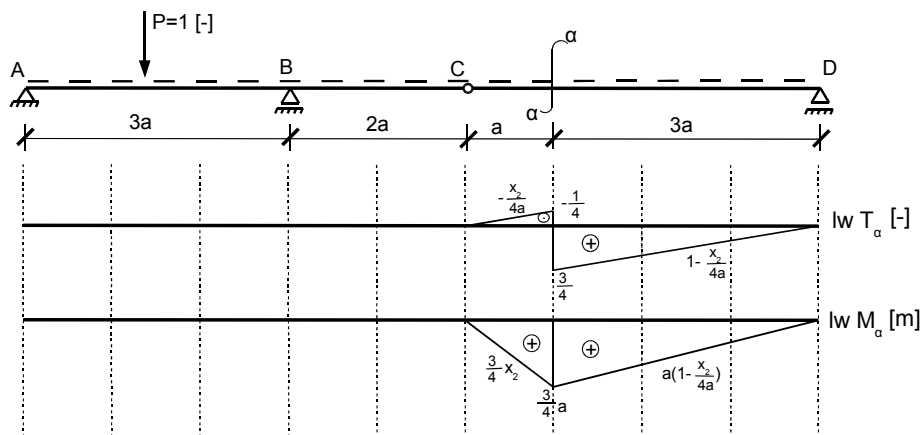


Rys. 2.3

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0 \\ -T_\alpha + V_C &= 0 \\ T_\alpha &= V_C \\ lwT_\alpha &= lwV_C \\ lwT_\alpha &= 1 - \frac{x_2}{4a} \quad [-] \end{aligned}$$

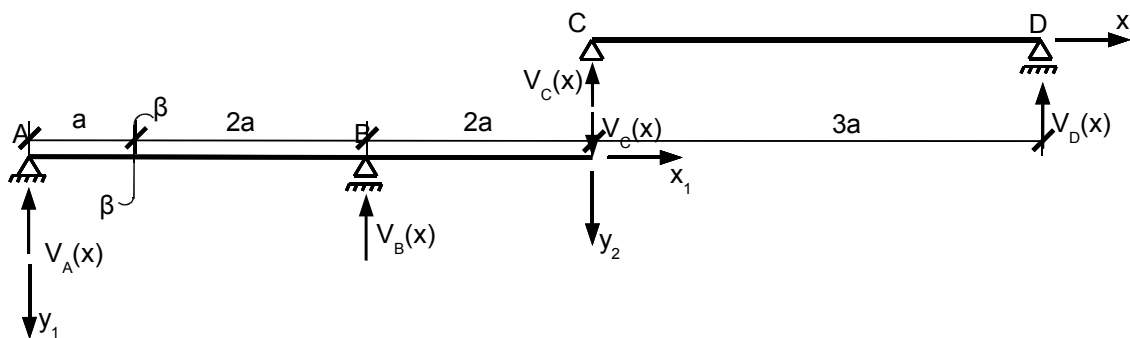
$$\begin{aligned} \sum M_{\alpha-\alpha} &= 0 \\ V_C \cdot a - M_\alpha &= 0 \\ M_\alpha &= a \cdot V_C \\ lwM_\alpha &= a \cdot lwV_C \\ lwM_\alpha &= a \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a} \right) \quad [m] \end{aligned}$$

Wykres linii wpływu sił wewnętrznych w przekroju α - α przedstawiono na poniższym rysunku.



Rys. 2.4.

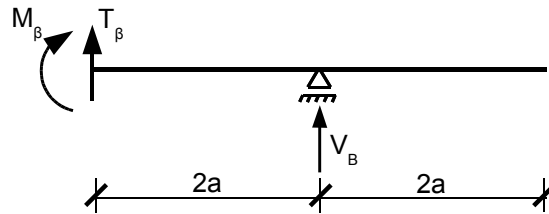
3. Wyznaczenie funkcji sił wewnętrznych w przekroju β - β .



Rys. 3.1.

- $0 \leq x_1 < a$

W celu uproszczenia obliczeń warto skorzystać z równań równowagi części położonej na prawo od przekroju β - β , gdyż nie uwzględnia się wtedy poruszającej się siły.



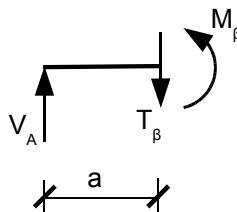
Rys. 3.2.

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0 \\ -T_{\beta} - V_B &= 0 \\ T_{\beta} &= -V_B \\ l w T_{\beta} &= -l w V_B \\ l w T_{\beta} &= -\frac{x_1}{3a} [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{\beta-\beta} &= 0 \\ -V_B \cdot 2a + M_{\beta} &= 0 \\ M_{\beta} &= 2a \cdot V_B \\ l w M_{\beta} &= 2a \cdot l w V_B = 2a \cdot \frac{x_1}{3a} \\ l w M_{\beta} &= \frac{2}{3} x_1 [m] \end{aligned}$$

- $a < x_1 \leq 5a$

W celu uproszczenia obliczeń warto skorzystać z równań równowagi części położonej na lewo od przekroju β - β , gdyż nie uwzględnia się wtedy poruszającej się siły.

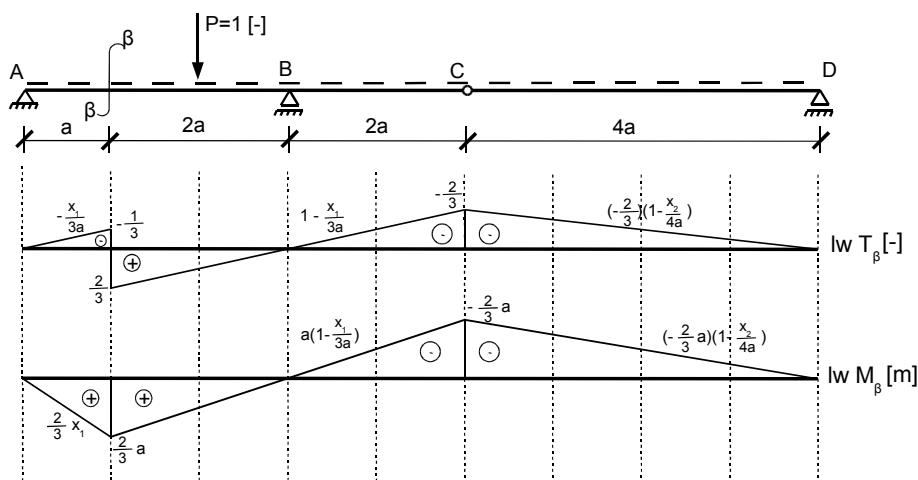


Rys. 3.3.

$$\begin{aligned}\sum Y &= 0 \\ T_\beta - V_A &= 0 \\ T_\beta &= V_A \\ lwT_\beta &= lwV_A \\ lwT_\beta &= 1 - \frac{x_I}{3a} \quad [-]\end{aligned}$$

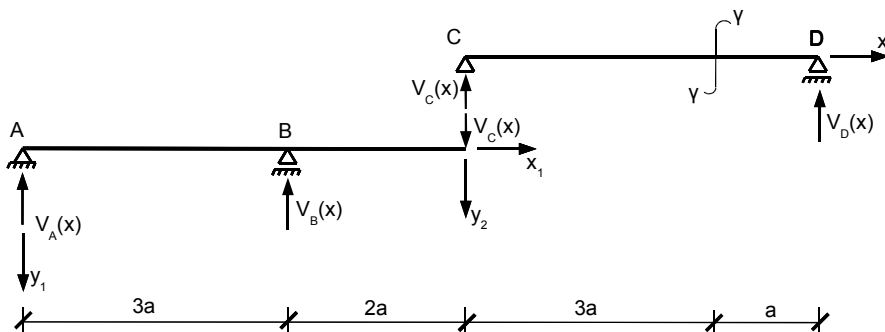
$$\begin{aligned}\sum M_{\beta-\beta} &= 0 \\ V_A \cdot a - M_\beta &= 0 \\ M_\beta &= a \cdot V_A \\ lwM_\beta &= a \cdot lwV_A \\ lwM_\beta &= a \cdot \left(1 - \frac{x_I}{3a}\right) \quad [m]\end{aligned}$$

Wykres linii wpływu sił wewnętrznych w przekroju $\beta-\beta$ przedstawiono na poniższym rysunku.



Rys. 3.4.

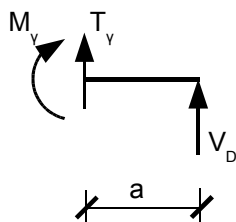
4. Wyznaczenie funkcji sił wewnętrznych w przekroju $\gamma-\gamma$.



Rys. 4.1.

- $0 \leq x_2 < 3a$

W celu uproszczenia obliczeń warto skorzystać z równań równowagi części położonej na prawo od przekroju γ - γ , gdyż nie uwzględnia się wtedy poruszającej się siły.



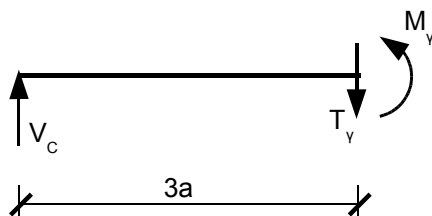
Rys. 4.2.

$$\begin{aligned} \sum Y &= 0 \\ -T_y - V_D &= 0 \\ T_y &= -V_D \\ lwT_y &= -lwV_D \\ lwT_y &= -\frac{x_2}{4a} [-] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_{y-\gamma} &= 0 \\ -V_D \cdot a + M_y &= 0 \\ M_y &= a \cdot V_D \\ lwM_y &= a \cdot lwV_D = a \cdot \frac{x_2}{4a} \\ lwM_y &= \frac{x_2}{4} [m] \end{aligned}$$

- $0 \leq x_2 < 3a$

W celu uproszczenia obliczeń warto skorzystać z równań równowagi części położonej na lewo od przekroju γ - γ , gdyż nie uwzględnia się wtedy poruszającej się siły.

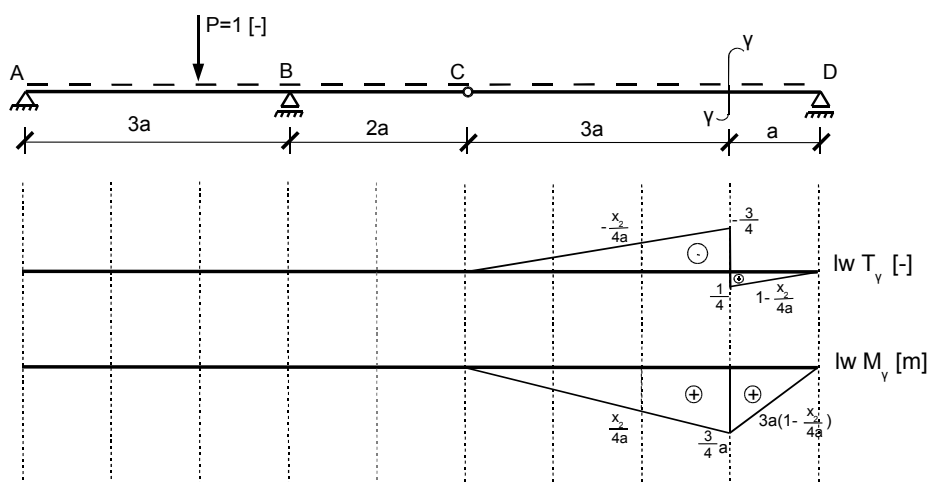


Rys. 4.3.

$$\begin{aligned}\sum Y &= 0 \\ -T_y + V_c &= 0 \\ T_y &= V_c \\ lwT_y &= lwV_c \\ lwT_y &= 1 - \frac{x_2}{4a} \quad [-]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum M_{y-\gamma} &= 0 \\ V_c \cdot 3a - M_y &= 0 \\ M_y &= 3a \cdot V_c \\ lwM_y &= 3a \cdot lwV_c \\ lwM_y &= 3a \cdot \left(1 - \frac{x_2}{4a}\right) [m]\end{aligned}$$

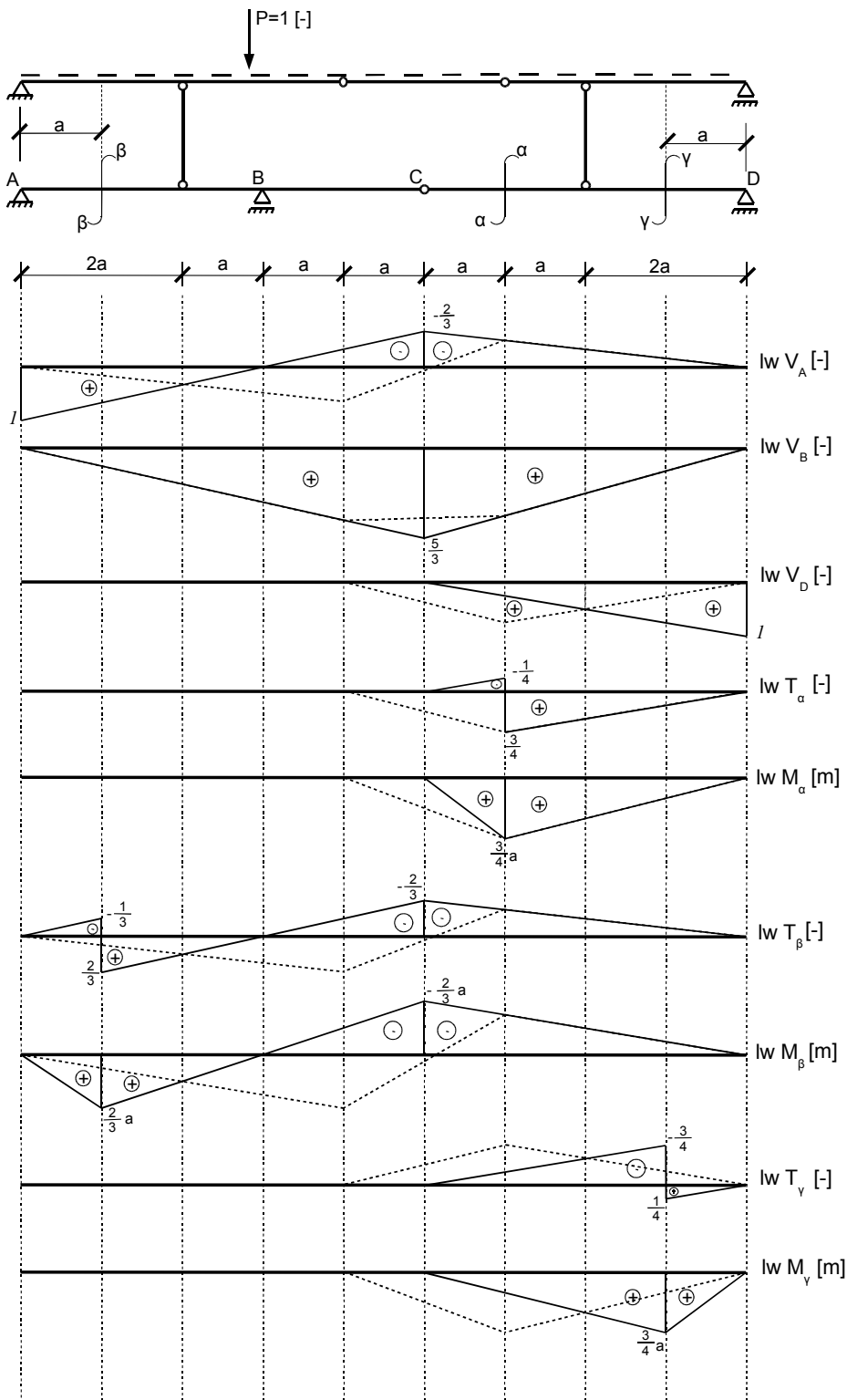
Wykres linii wpływu sił wewnętrznych w przekroju γ - γ przedstawiono na poniższym rysunku.



Rys. 4.4.

5. Wykres linii wpływu zadanych wielkości statycznych dla układu wyjściowego (belki z pomostem pośrednim) przedstawiono na poniższym rysunku.

Na poniższym rysunku zaznaczono linią ciągłą wykresy zadanych wielkości statycznych dla belki bez pomostu pośredniego, a linią przerywaną naniesiono na nie linie wpływowe wielkości statycznych dla belki z pomostem pośrednim. Właściwy wykres dla całego układu belek tworzymy łącząc odpowiednie wartości rzędnych w punktach połączenia belki z pomostem pamiętając o tym, że w podporach wartość linii wpływu wielkości statycznej jest równa zero. Proste prowadzimy do miejsca w którym na pomoście znajduje się przegub.



Rys. 5.1.