

POLITECHNIKA POZNAŃSKA
WYDZIAŁ BUDOWNICTWA I INŻYNIERII ŚRODOWISKA
INSTYTUT KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

mgr inż. Monika Chuda-Kowalska

**METODYKA EKSPERYMENTALNYCH
BADAŃ TRÓJWARSTWOWYCH PŁYT
Z CIENKIMI OKŁADZINAMI**

Autoreferat rozprawy doktorskiej

Promotor:

prof. dr hab. inż. Andrzej Garstecki

Recenzenci:

dr hab. inż. Mieczysław Kuczma, prof. nadz. UZ

dr hab. inż. Maciej Szumigala

Poznań, lipiec 2011

1. *Motywacja*

W płytach warstwowych stosowanych w budownictwie najczęściej występują dwie zewnętrzne okładziny o niewielkiej grubości i dużej wytrzymałości na rozciąganie i ściskanie oraz rdzeń o znacznej grubości i małej gęstości. Z uwagi na rosnącą popularność płyt z rdzeniem poliuretanowym, właśnie ten typ płyty stał się głównym tematem rozprawy. Zgodnie z teorią płyt warstwowych [1, 10] w miękkim rdzeniu istotną rolę odgrywają tylko naprężenia ścinające, które mają praktycznie stały rozkład na grubości płyty. W związku z tym dla wyznaczenia nośności płyty z uwagi na rdzeń podstawowe znaczenie ma wytrzymałość na ścinanie oraz moduł Kirchhoffa materiału rdzenia G_C . Omawiany typ płyt charakteryzuje się małą sztywnością na ścinanie. Dlatego moduł Kirchhoffa rdzenia ma istotny wpływ na ugięcia płyt. W literaturze możemy spotkać różne pozycje opisujące strukturę oraz parametry fizyczne pianek [4, 6]. Wielu autorów podejmowało badania eksperymentalne, aby wyjaśnić zachowanie się tych materiałów i sposób ich niszczenia [5, 8, 9].

Można wyróżnić dwa główne cele eksperymentalnych badań płyt warstwowych. Jednym z nich jest szybka i wiarygodna ocena parametrów mechanicznych całej płyty potrzebna do monitorowania jakości produkcji, atestacji płyt i ustalania zaleceń projektowych. Drugim celem jest identyfikacja parametrów mechanicznych materiałów składowych płyty. Parametry te są wykorzystywane w modelach numerycznych umożliwiającym wiarygodną symulację komputerową. W przypadku płyt warstwowych wszystkie badania eksperymentalne, również te określające parametry materiałowe rdzenia, wykonuje się na próbkach zawierających wszystkie warstwy płyty. W postanowieniach normowych dotyczących płyt warstwowych z miękkim rdzeniem [11] zaleca się stosowanie metod bazujących na pomiarze ugięcia w testach zginania. Niestety metody te prowadzą do różnych wyników identyfikacji parametrów materiałowych. Pomimo licznych pozycji literaturowych dotyczących tej klasy zagadnień nadal brakuje informacji wyjaśniających te rozbieżności i wskazujących metodę poprawnego wyznaczania modułu Kirchhoffa materiału rdzenia. Istnieje zatem potrzeba prac nad metodyką eksperymentalnych badań płyt, gdyż stosowane metody nie dają wystarczająco precyzyjnych wyników.

2. Cel i teza pracy

Celem rozprawy jest krytyczna analiza powszechnie stosowanych metod identyfikacji parametrów materiałowych poszczególnych warstw płyty typu „sandwich” z cienkimi okładzinami oraz zaproponowanie ulepszonych metod eksperymentalnego badania tych płyt.

Teza pracy jest następująca:

istnieje możliwość podniesienia dokładności powszechnie stosowanych metod badania płyt przy zachowaniu ich prostoty, a także możliwość zastosowania nowych, ulepszonych metod.

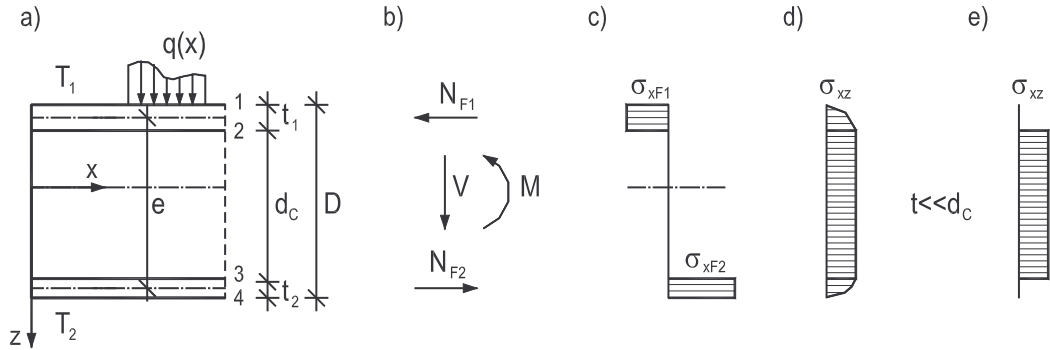
Badania eksperymentalne prowadzono na płytach warstwowych z okładzinami gładkimi i liniowanymi oraz miękkim rdzeniem z pianki poliuretanowej. Zakłada się, że podczas eksperymentów zachodzą warunki pozwalające stosować liniowe związki fizyczne i geometryczne. W celu uzyskania dodatkowych informacji modelowano wszystkie rodzaje testów przy wykorzystaniu MES.

3. Model belki warstwowej o cienkich okładzinach

W przypadku płyt warstwowych, z uwagi na stosunkowo gruby i podatny rdzeń, należy uwzględnić wpływ sił ścinających na linię ugięcia płyty. Przy spełnieniu określonych warunków, satysfakcjonujące wyniki uzyskuje się stosując teorię belkową Timoshenki uogólnioną na przekroje warstwowe. Na tej teorii bazuje powszechnie stosowany model belki warstwowej o cienkich okładzinach wykorzystywany do wyznaczania przemieszczeń, sił wewnętrznych i naprężeń. Przyjmuje się następujące założenia:

- materiały wszystkich warstw są liniowo-sprężyste, jednorodne i izotropowe,
- przekrój po odkształceniu pozostaje płaski, ale jego punkty nie pozostają na normalnej do odkształconej osi podłużnej,
- obowiązuje teoria pierwszego rzędu,
- okładziny są cienkie i wzajemnie równoległe, co pozwala na przyjęcie stałych naprężeń normalnych na grubości okładziny (rys. 1c),
- moduł Younga materiału rdzenia E_C jest mały w porównaniu do modułu E_F okładzin ($E_C/E_F = 5 \text{ MPa} / 210000 \text{ MPa} \cong 2,4 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \sigma_{xC} \cong 0$), dlatego pomija się naprężenia normalne w rdzeniu; w konsekwencji zakłada się, że rozkład naprężeń ścinających w rdzeniu jest stały na grubości płyty (rys. 1d),

- zważywszy bardzo małą grubość okładzin w stosunku do grubości rdzenia ($t/d_c = 0,5 / 100 = 1 / 200$) pomija się wpływ ich naprężeń postaciowych $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ na przemieszczenia płyty (rys. 1e); w związku z tym można przyjąć, że przekroje okładzin pozostają po odkształceniu płaskie i prostopadłe do osi każdej z nich.



Rys.1 Rozkład naprężeń normalnych i stycznych w belkach warstwowych z miękkim rdzeniem i cienkimi okładzinami

Dla obciążenia poprzecznego q oraz różnicy temperatury ΔT wywołującej krzywiznę początkową θ otrzymujemy zależności różniczkowe ugięcia w i odkształcenia postaciowego płyty γ :

$$w'' = -\frac{M}{B_s} + \frac{V'}{G_C A_C} - \theta, \quad (1)$$

$$\gamma = \frac{V}{G_C A_C}, \quad (2)$$

$$B_s = \frac{E_{F1} A_{F1} E_{F2} A_{F2}}{E_{F1} A_{F1} + E_{F2} A_{F2}} e^2, \quad (3)$$

gdzie B_s jest sztywnością belki na zginanie wynikającą z cech geometrycznych przekroju i modułów sprężystości E_F okładzin, G_C jest modułem Kirchhoffa materiału rdzenia, A_C jest polem przekroju rdzenia, natomiast A_{F1} i A_{F2} oznaczają pola przekroju odpowiednio okładziny górnej i dolnej.

Wzory na naprężenia występujące w przekroju uzyskuje się po odpowiednim podziale sił przekrojowych na okładziny i rdzeń:

$$\sigma_{xF1} = \frac{M}{e B t_1}, \quad \sigma_{xF2} = \frac{M}{e B t_2}, \quad \sigma_{xzC} = \frac{V}{B e}, \quad (4)$$

gdzie B jest szerokością belki, indeks dolny F oznacza, iż rozpatrywany symbol dotyczy okładzin, a C odnosi się do rdzenia (ang. Facing, Core).

4. Metody eksperymentalnych badań płyt warstwowych

W literaturze opisuje się wiele różnych testów prowadzonych na płytach warstwowych z miękkim rdzeniem, w tym również badań mających na celu wyznaczenie modułu Kirchhoffa materiału rdzenia [2, 3]. Szczegółowy opis zalecanych eksperymentów dla rozpatrywanej klasy płyt znajduje się w normie [11]. Moduł G_C wyznacza się metodami pośrednimi, na podstawie testów prowadzonych na płytach. Polegają one na pomiarze ugięcia w testach zginania, wykonywanych na płytach o różnych klasach rozpiętości (płyta krótka, płyta długa). Ugięcie to analizuje się stosując model obliczeniowy belki warstwowej, pozwalający na rozdzielenie wpływów zginania i ścinania

$$w = w_B + w_S. \quad (5)$$

Składowe w_B i w_S mają ściśle rozwiązania analityczne dla danego schematu obciążenia oraz podparcia płyty. Przykładowo dla płyty warstwowej rozpatrywanej jako belka swobodnie podparta, równomiernie obciążona składowe ugięcia opisane są wzorami (6) i (7).

$$w_B = \frac{5}{384} \cdot \frac{qL^4}{B_S}, \quad (6)$$

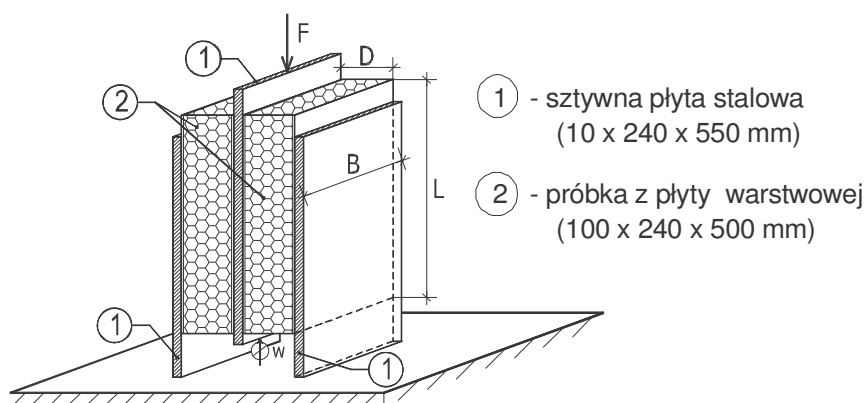
$$w_S = \frac{qL^2}{8G_C A_C}. \quad (7)$$

Część ugięcia przypisywana zginaniu wyznaczana jest analitycznie ze wzoru (6). Znając z pomiaru doświadczalnego całkowite ugięcie płyty w wyznaczamy ugięcie od ścinania w_S z zależności (5). Następnie przekształcając wzór (7) możemy oszacować moduł ścinania G_C . Eksperymenty tego typu są prostsze od badań z zastosowaniem metod bezpośrednich, prowadzonych na wyciętych z płyty próbkach materiału rdzenia, co stanowi ich główną zaletę.

Jedną z metod bezpośredniego wyznaczania modułu Kirchhoffa jest test ścinania. W pracy zastosowano próbkę podwójną pokazaną schematycznie na rysunku 2. Próbkę obciążano aż do zniszczenia prowadząc ciągły pomiar siły F i przemieszczenia środkowej blachy stalowej w . Zakładając stały rozkład naprężeń ścinających na wysokości przekroju L oraz liniową zależność pomiędzy siłą a przemieszczeniem wartość modułu ścinania G_C wyznaczono ze wzoru (8)

$$G_C = \frac{Fd_C}{2wBL}. \quad (8)$$

Wymiary D , B i L pokazano na rysunku 2, natomiast d_C jest grubością rdzenia.



Rys.2 Test bezpośredniego ścinania próbki podwójnej

W trakcie badań eksperymentalnych zaobserwowano niewielkie zmiany grubości próbki w jej górnej i dolnej strefie. Dlatego stanowisko zostało zmodyfikowane poprzez wprowadzenie blokady przemieszczeń poziomych na krawędziach próbki (w pierwszej kolejności blokada dolnych przemieszczeń poziomych, a następnie również górnych).

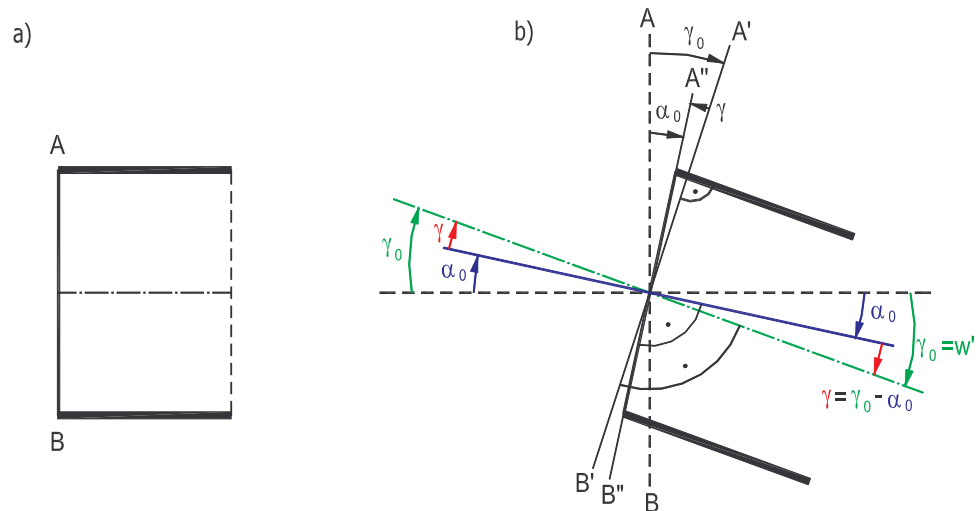
5. Własna metoda wyznaczania modułu Kirchhoffa G_C

Zaproponowana metoda wyznaczania modułu ścinania materiału rdzenia oparta jest na pomiarze kątów obrotu Bernoullego i Timoshenki przekroju płyty w teście zginania. Kąty mierzono za pomocą modułów laserowych ML-33S-635-1 zamocowanych do płyty w sposób pokazany na rysunku 4. Podczas jednego testu uzyskiwano informacje odnośnie zachowania się badanej płyty oraz wartości parametru G_C otrzymanego z dwóch różnych metod: z klasycznego podejścia wykorzystującego pomiar przemieszczeń płyty oraz z własnej metody wykorzystującej pomierzone kąty obrotu przekroju.

Stosując założenia klasycznej teorii układów trójwarstwowych oraz rozpatrując układ warstwowy jako belkę można przyjąć, że przekrój po obciążeniu przyjmie postać płaszczyzny A"B" pokazanej na rysunku 3b. Relację geometryczną pomiędzy mierzonymi kątami obrotu przekroju opisuje zależność (9)

$$\gamma = \gamma_0 - \alpha_0, \quad (9)$$

gdzie: γ_0 – kąt AA' - obrót okładzin (Bernoulli, wpływ M), α_0 - kąt AA'' - obrót przekroju (Timoshenko, wpływ $M+V$), γ - kąt A"A' - obrót na skutek ścinania (wpływ V).



Rys.3 Przekrój poprzeczny płyty: a) przed odkształceniem, b) po odkształceniu

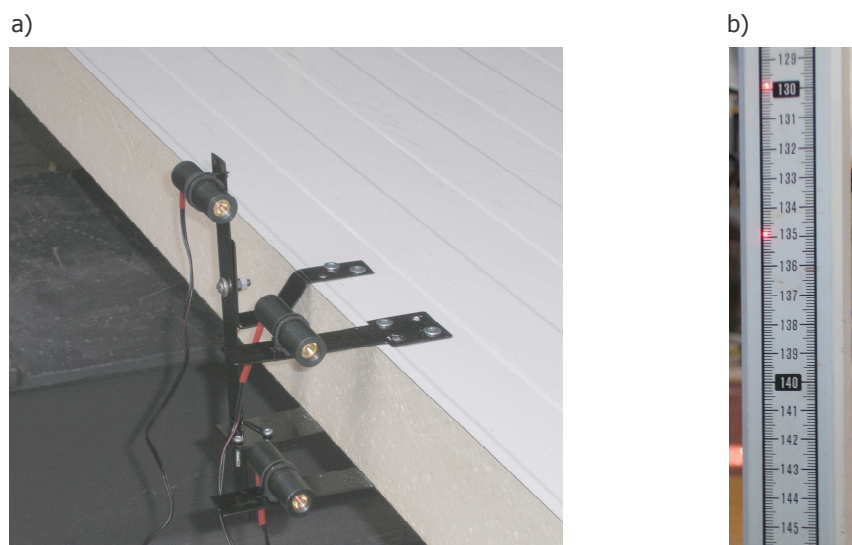
Dla przyjętych założeń, stosując model belki obciążonej siłą skupioną w środku rozpiętości, moduł ścinania rdzenia można wyznaczyć ze wzoru (10)

$$G_C = \frac{V}{Bd_c\gamma}. \quad (10)$$

Siła ścinająca V jest wyznaczana zgodnie z przyjętym schematem statycznym, dla siły obciążającej F , dla której zostały wyznaczone kąty obrotu γ_0 i α_0 .

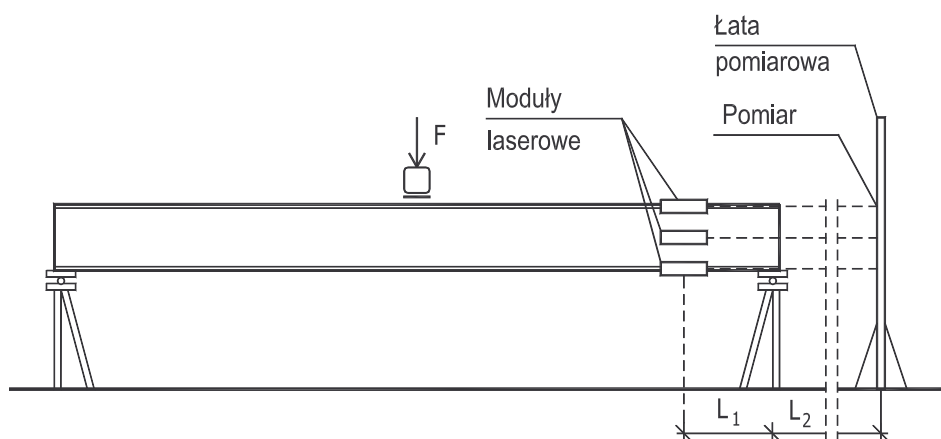
Procedura badania

Zastosowano trzy moduły laserowe pokazane na rysunku 4a. Dwa z nich zamocowane są do okładzin i mierzą kąty obrotu okładzin γ_{01} i γ_{02} - do obliczeń brana wartość średnia $\gamma_0 = 0,5(\gamma_{01} + \gamma_{02})$. Trzeci moduł jest połączony z obiema okładzinami w sposób przegubowy umożliwiając pomiar kąta obrotu przekroju α_0 .



Rys. 4 Aparatura do pomiaru kątów obrotu przekroju płyty: a) moduły laserowe zamocowane na płycie, b) łata geodezyjna z punktami świetlnymi

Znając odległość łaty pomiarowej od laserów (L_1+L_2 - rysunek 5) oraz dokonując odczytu przyrostów wskazań laserów na łacie (rysunek 4b), wyznaczono omawiane kąty. Wartość modułu odkształcenia postaciowego G_C wyznaczono ze wzoru (10). Badania wykonywano w temperaturze i wilgotności odpowiadającym normalnym warunkom laboratoryjnym. Schemat stanowiska badawczego przedstawia rysunek 5.



Rys. 5 Schemat stanowiska badawczego

6. Wyniki badań

Analizie poddano płyty o okładzinach gładkich oraz liniowanych z rdzeniem z pianki poliuretanowej o gęstości 40kg/m^3 . Przeprowadzono badania na próbkach o pełnej szerokości ($B=1,1\text{m}$) oraz na próbkach z usuniętymi połączeniami brzegowymi ($B=1,0\text{m}$) w celu dokładnego zbadania wpływu zamków na zachowanie się płyty, a tym samym na wartości szacowanych parametrów materiałowych.

6.1. Pomiar grubości okładzin

Uśrednione wyniki podano w tablicy 1.

Tablica 1 Pomierzone grubości okładzin t_1 i t_2

Rodzaj okładziny		t_{brutto}^{sr} [mm]	$t_{(farba+cynk)}^{sr}$ [mm]	t_{netto}^{sr} [mm]	$t_{(stal+cynk)}^{sr}$ [mm]
GŁADKA	zewnątrzna t_1	0,509	0,095	0,414	0,471
	wewnętrzna t_2	0,508	0,093	0,415	0,471
LINIOWANA	zewnątrzna t_1	0,510	0,096	0,414	0,474
	wewnętrzna t_2	0,510	0,095	0,415	0,468

6.2 Wyniki badań zastępczego modułu Younga okładziny

W metodzie eksperymentalnego wyznaczania modułu ścinania G_C na podstawie testu zginania płyt długich wykorzystującego pomiar przemieszczeń, dominujący wpływ na całkowite ugięcie płyty ma składowa od zginania w_B . Wartość ta wyznaczana jest analitycznie na podstawie przyjętego schematu statycznego oraz parametrów geometrycznych i materiałowych okładziny (stal + cynk). W związku z powyższym dokładność pomiaru grubości oraz wyznaczenia zastępczego modułu Younga okładziny ma zasadnicze znaczenie. Zależność (11) pozwala na teoretyczne oszacowanie wartości zastępczego modułu Younga warstwy stal + cynk.

$$E_F = \frac{E_{stali} t_{stali} + E_{cynku} t_{cynku}}{t_{stali} + t_{cynku}} \quad (11)$$

Analizie poddano gładką okładzinę zewnętrzną ($t_{stali} = 0,414$ mm - tablica 1, $t_{cynku} = 0,057$ mm). Dla założonych wartości modułów Younga stali (210 GPa) i cynku (84 GPa) szacowana wartość zastępczego modułu Younga okładziny wyznaczona na podstawie wzoru (11) wyniosła 194,8 GPa. Aby potwierdzić te rozważania przeprowadzono badania doświadczalne tego parametru. Otrzymane z badań średnie wartości zastępczego modułu Younga (tablica 2) opracowane zgodnie z [12] potwierdziły szacowaną teoretycznie wartość E_F . W związku z tym w dalszych analizach uwzględniono grubość okładziny wraz z warstwą cynku i odpowiadający im zastępczy moduł Younga.

Tablica 2 Zastępczy moduł Younga okładziny E_F (stal + cynk) wyznaczony eksperymentalnie

Rodzaj okładziny		Moduł Younga E_F^{sr} [GPa]
GŁADKA	zewnętrzna t_1	194,7
	wewnętrzna t_2	195,0
LINIOWANA	zewnętrzna t_1	193,0
	wewnętrzna t_2	198,7

6.3. Wyniki eksperymentalnych badań modułu Kirchhoffa materiału rdzenia

Dla rozpatrywanej klasy płyt zalecane metody wyznaczania modułu odkształcenia postaciowego rdzenia bazują na pomiarze ugięcia w testach zginania. Badania eksperymentalne przeprowadzone na płytach o grubości $D = 98,5$ mm

($d_C = 97,56\text{mm}$, $t_{\text{stal+cynk}} = 0,471\text{mm}$) wykazały, że rekomendowane metody dają różne wyniki dla próbek wyciętych z płyt o tym samym materiale rdzenia, co pokazuje tablica 3.

Tablica 3 Moduł ścinania G_C z testów normowych

Testy zginania pomiar ugięć w	Rodzaj okładziny	G_C [MPa]		
		$t_{\text{stal}}=0,414\text{mm}$ $E_{\text{stal}}=210\text{GPa}$	$t_{\text{stal+cynk}}=0,471\text{mm}$ $E_{\text{stal}}=210\text{GPa}$	$t_{\text{stal+cynk}}=0,471\text{mm}$ $E_F=195\text{GPa}$
1	2	3	4	5
Płyta krótka ZgK_{100-w}	Gładka bez zamka $B = 0,1\text{m}$	3,34	3,31	3,33
Płyta krótka ZgK_{Z-w}	Gładka z zamkami $B = 1,1\text{m}$	4,74	4,69	4,72
Płyta długa ZgD_{Z-w}		5,32	4,12	4,73

Kolumna 3 przedstawia wyniki modułu ścinania oszacowane zgodnie z zaleceniami normowymi tylko dla okładziny złożonej z warstwy stali i jej modułu Younga. Warstwy cynku są pomijane. Rozbieżności w wartościach G_C dla płyt z zamkami są rzędu 12%. Kolumna 5 pokazuje wyniki przy prawidłowo przyjętym uśrednionym module E_F . W momencie uwzględnienia powłoki cynkowej jako warstwy współpracującej i mającej wpływ na sztywność giętną płyty B_S uzyskano dobrą zgodność dla płyt długich i krótkich o pełnej szerokości B (z zamkami). Wyniki przedstawione w kolumnach 3÷5 wyraźnie pokazują, iż precyzyjne wyznaczenie grubości okładziny i jej modułu Younga ma duże znaczenie w przypadku płyt długich, gdzie udział w_B w całkowitym ugięciu płyty jest dużo większy niż część wywołana ścinaniem. W przypadku płyt krótkich otrzymane rozbieżności związane z wyznaczeniem sztywności B_S są pomijalne. Dodatkowo obserwujemy, że wartości otrzymane z próbek o pełnej szerokości są o ponad 40% wyższe od wyników uzyskiwanych z testów na próbkach wąskich (bez zamków).

W celu wyjaśnienia wpływu stosowanej metody badawczej, liniowania okładziny oraz zamków na wartość szacowanego parametru G_C zaplanowano i wykonano szereg badań eksperymentalnych obejmujących zarówno testy normowe, jak i własne metody badawcze wykorzystujące testy zginania, ścinania i skręcania. W tablicy 4 zestawiono średnie wartości modułu ścinania G_C uzyskane z wszystkich przeprowadzonych typów testów.

Tablica 4 Wyniki badań modułu ścinania G_C z testów zginania

Rodzaj testu		Rodzaj okładziny	G_C
			[MPa]
Testy zginania	ZgK _{100-w}	Gładka $B \approx 0,1m$	3,33
	ZgK _{Z-w}	Gładka z zamkami $B = 1,1m$	4,72
	ZgD _{Z-w}		4,73
	ZgD _{Z-γ}		4,71
	ZgK-w	Gładka bez zamków $B \approx 1,0m$	3,81
	ZgD-w		3,85
	ZgD-γ		3,77
	ZgK-w	Liniowana bez zamków $B \approx 1,0m$	3,79
	ZgD-w		3,88
	ZgD-γ		3,78
Bezpośrednie ścinanie	Ścinanie - γ	Gładka bez zamków	3,01
Skręcanie	Skręcanie-φ	Gładka bez zamków	2,67

Przeprowadzone badania z zastosowaniem różnych metod identyfikacji parametrów rdzenia wykazały, że metody te prowadzą do różnych wartości G_C .

Test zginania na płycie o pełnej szerokości wraz z zamkami daje możliwość obserwacji zachowania się rzeczywistej konstrukcji. Jednak do identyfikacji parametrów materiałowych rdzenia należy stosować próbki bez zamków lub wprowadzić współczynniki korygujące wpływ zamków na sztywność płyty. W testach zginania płyt długich na ugięcie płyty większy wpływ ma człon od zginania niż od ścinania. W tym przypadku ważną rolę odgrywa precyzyjne wyznaczenie grubości okładzin oraz ich modułów Younga w celu dokładnego uwzględnienia sztywności giętej płyty B_S , co wykazano w tablicy 3. Na wartość modułu Younga stali a tym samym również B_S może mieć także wpływ walcowanie stali. Wszelkie odchyłki w parametrze B_S silnie wpływają na ugięcie a tym samym na wynik identyfikacji

parametru G_C . Tej wady pozbawiona jest zaproponowana metoda wyznaczania modułu Kirchhoffa na podstawie kątów obrotu przekroju płyty.

W płycie o małej rozpiętości przęśła dominuje ścinanie rdzenia. Ten test jest więc atrakcyjny dla badania efektów ścinania i modułu G_C . W przypadku badań na próbkach o pełnej szerokości B zastanowić się jednak trzeba nad zasadnością stosowania teorii belkowej przy stosunku wymiarów płyty $L/B \approx 1$. To zagadnienie oraz analiza uzyskanych rozbieżności w wartościach modułu Kirchhoffa uzyskanych z testu zginania na płytach krótkich (próbki wąskie $B = 0,1\text{m}$, próbki szerokie $B = 1\text{m}$) zostaną przeanalizowane za pomocą stworzonego modelu numerycznego.

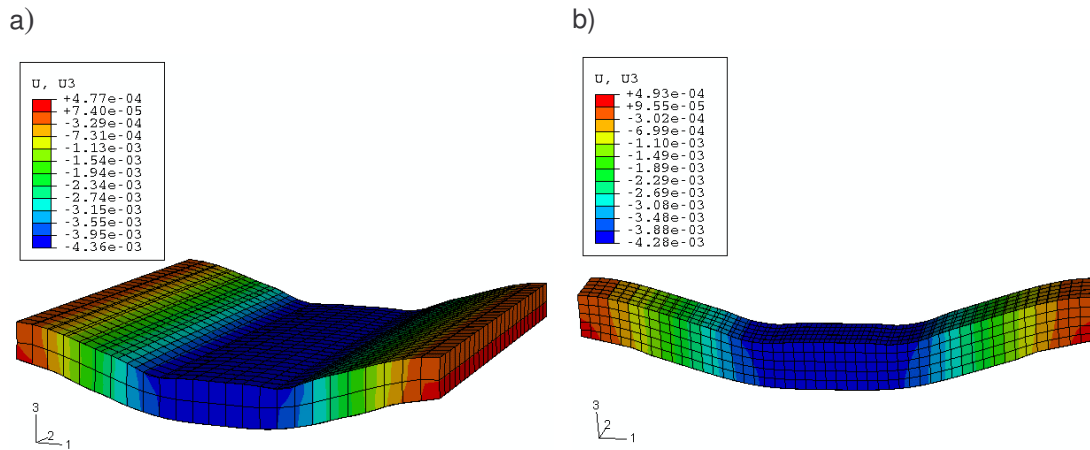
6.4. Analizy numeryczne

Parametry materiałowe płyty warstwowej wyznaczone na podstawie różnych eksperymentów wprowadzono do zbudowanych modeli numerycznych symulujących wykonane testy identyfikacyjne z uwzględnieniem wymiarów próbek oraz warunków podparcia i obciążenia. Symulacje te miały na celu oszacowanie parametrów materiałowych płyty za pomocą modelu 3D. Pozwoliło to na sprawdzenie metod identyfikacji modułu ścinania wykorzystujących modele 1D i 2D oraz przeanalizowanie przyczyn otrzymanych rozbieżności wartości G_C .

Zginanie płyty krótkiej

Okładziny o grubości $t = 0,471\text{mm}$ modelowano jako materiał idealnie sprężysto-plastyczny o zastępczym module Younga 195GPa , współczynnika Poissona $0,3$ i granicy plastyczności 280MPa , wykorzystując 4-węzłowe elementy MES S4R z kwadratową funkcją kształtu i zredukowanym całkowaniem. Rdzeń o grubości $d_C = 97,56\text{mm}$ modelowano jako materiał izotropowy, liniowo sprężysty o module Kirchhoffa otrzymanym z badań eksperymentalnych oraz współczynnika Poissona $0,05$. Zastosowano elementy ośmiowęzłowe typu C3D8R z liniową funkcją kształtu. Na styku poszczególnych warstw wprowadzono więzy typu TIE, które zapewniają zgodność przemieszczeń i obrotów. Podpory płyty modelowano jako pasma sztywne (tzw. rigid bodies) o szerokości $b = 100\text{mm}$. Założono, iż podpora lewa ma ograniczone wszystkie trzy przesuwu oraz obroty wokół osi 1 i 3 (x i z). Podpora prawa ma możliwość przesuwu po kierunku osi 1. Rozpatrzono dwa przypadki różniące się tylko szerokością analizowanej płyty. **Przykład 1** dotyczy płyty o $B = 1,0\text{m}$ (test ZgK-w - płyta bez zamków o okładzinach gładkich). **Przykład 2** analizuje płytę wąską o szerokości $B = 0,1\text{m}$. Pozostałe parametry geometryczne,

materiałowe oraz warunki brzegowe są identyczne dla obu zadań. Przykład 1 dokładnie odwzorowuje badanie doświadczalne i wyniki numeryczne zostaną porównane z eksperymentem. Natomiast przykład 2 ma posłużyć do przeanalizowania zasadności stosowania modelu belki Timoshenki w eksperymencie zalecanym przez normę. Modelowaną płytę poddano dwóm równomiernie rozłożonym pasmom obciążeń o wartości $q = 50,05 \text{ kN/m}^2$ na całej szerokości próbki. Na rysunku 6 pokazano rozkład przemieszczeń pionowych dla obu analizowanych przypadków.



Rys.6 Rozkład ugięcia: a) płyta o $B = 1,0 \text{ m}$, b) płyta o $B = 0,1 \text{ m}$

Tablica 5 Wartości ugięcia w środku rozpiętości przęsła – model numeryczny

Szerokość próbki		D [mm]	L_0 [mm]	q [kN/m ²]	G_C [MPa]	WYNIKI	
						w [mm]	δ [%]
$B = 1,0 \text{ m}$	1	98,5	888	50,05	3,81	4,21	1,69
$B = 0,1 \text{ m}$	2					4,14	

Analizując ugięcia w środku rozpiętości przęsła (miejsce usytuowania czujnika pomiaru ugięć w trakcie eksperymentu), możemy zauważyć, że różnią się one o $\delta = 1,69\%$. Stąd wnioskujemy, że w przypadku rozpatrywanych płyt warstwowych z rdzeniem z pianki PUR, dla zastosowanego schematu podparcia i obciążenia przyjęta szerokość próbki nie ma dużego wpływu na globalną odpowiedź badanej konstrukcji. Oznacza to, że również szacowane wartości modułów ścinania rdzenia G_C z testów zginania na obu rodzajach próbek powinny dawać zbliżone wyniki. Jednak badania wykazały, że wartość modułu ścinania z testów na szerokich próbkach jest o 15% wyższa w odniesieniu do testów na próbkach wąskich. Co powoduje tak duże rozbieżności i która z tych metod daje poprawne wyniki? Aby odpowiedzieć na to

pytanie dokonano porównania zachowania się modelu numerycznego z eksperymentem (płyta szeroka). Wyniki tych analiz przedstawiono w tablicy 6.

Tablica 6 Wartości ugięcia w środku rozpiętości przęsła – porównanie wyników modelu numerycznego z eksperymentem

	B [m]	L [m]	q [kN/m ²]	G_C [MPa]	WYNIKI	
					w [mm]	δ [%]
Eksperyment	1,0	0,9	50,05	3,81	4,27	1,43
Model numeryczny				3,81	4,21	

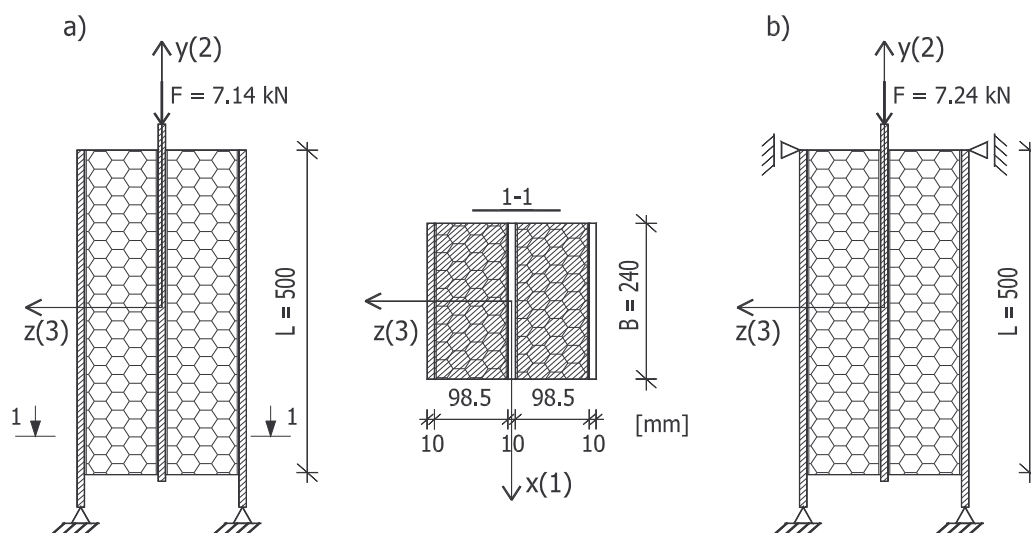
W przypadku eksperymentu podana wartość ugięcia $w=4,27\text{mm}$ została skorygowana o pomierzone zgniecenie rdzenia na podporze. Symulacje numeryczne dla $G_C = 3,81\text{ MPa}$ dają ugięcie $w=4,21\text{mm}$. Otrzymujemy zatem dobrą zgodność z eksperymentem. Przeanalizowano wpływ korekty związanej z pomiarem zgniecenia rdzenia na podporze na wartość modułu ścinania dla próbek szerokich. Dla próbki bez zamków, z gładkimi okładzinami pomierzona wartość ugięcia w środku rozpiętości przęsła dla $F=10\text{kN}$ wynosiła $w=4,615\text{ mm}$ (po korekcie $w=4,271\text{mm}$), a moduł ścinania miałby wartość $G_C = 3,51\text{MPa}$. Widzimy zatem, że pominięcie wpływu zgniecenia rdzenia na podporze w przypadku płyt krótkich skutkuje zaniżeniem wartości G_C o ponad 8%.

Możemy zatem powiedzieć, że poprawne wyniki modułu ścinania materiału rdzenia z testu czteropunktowego zginania płyty krótkiej uzyskamy tylko wówczas, gdy badana próbka będzie pozbawiona zamków, a przy szacowaniu G_C uwzględnimy wartość zgniecenia rdzenia na podporze.

Bezpośrednie ścinanie

Okładziny, rdzeń i sposób połączenia warstw modelowano podobnie jak w opisanym wyżej przykładzie. Trzy stalowe blachy o grubości 10 mm modelowano wykorzystując 4-węzłowe elementy S4R. Rozpatrzono dwa warianty podparcia. W pierwszej kolejności przyjęto, że próbka ma zablokowaną możliwość przesuwu po kierunku osi 3 w miejscu dolnej podpory - rysunek 7a. Aby uzyskać odpowiedź modelu dla tych samych warunków jak w eksperymencie model obciążono siłą $F = 7,14\text{ kN}$ oraz przyjęto moduł ścinania materiału rdzenia $G_C = 2,93\text{ MPa}$. Dla tak modelowanej próbki wykonano test numeryczny szacując moduł G_C w ten sam sposób

jak w teście doświadczalnym. Następnie przeprowadzono test numeryczny dla próbki z zablokowanym przesuwem górnym (rysunek 7b) dla danych $F = 7,14$ kN i $G_C = 2,93$ MPa oraz $F = 7,24$ kN i $G_C = 3,01$ MPa. Otrzymane wyniki przedstawiono w tabelicy 8.



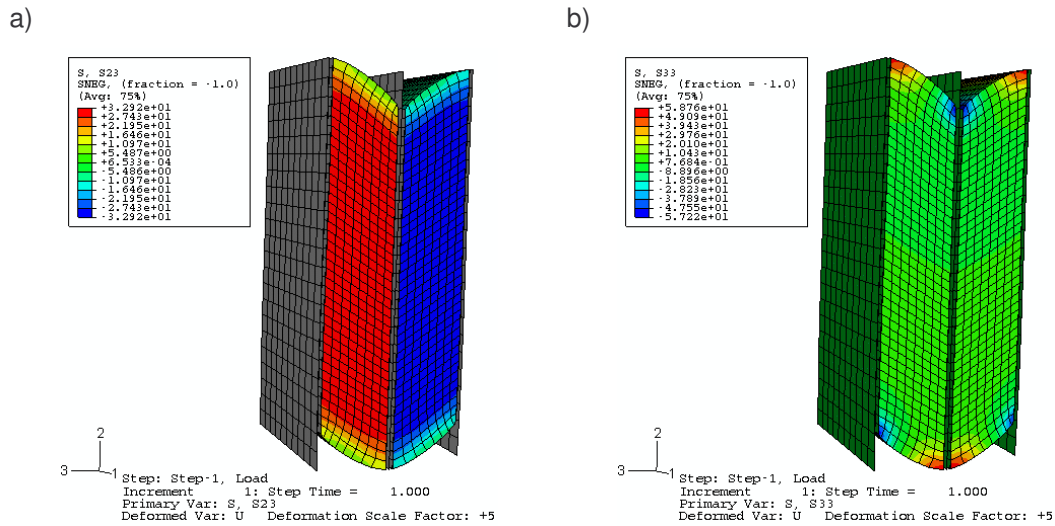
Rys.7 Schemat bezpośredniego ścinania na próbce podwójnej

Tablica 8 Wartości przemieszczenia w oraz G_C – porównanie wyników modelu numerycznego z eksperymentem

		Wartości założone		WYNIKI	
		F [kN]	G_C [MPa]	w [mm]	G_C [MPa]
Blokada dołem	Eksperyment	7,14	-	0,987	2,93
	Model numeryczny	7,14	2,93	1,104	2,63
Blokada dołem i górną	Eksperyment	7,24	-	0,983	3,01
	Model numeryczny	7,24	3,01	1,062	2,77
		7,14	2,93	1,076	2,70

Analizując otrzymane wyniki możemy zauważyć, że model numeryczny wykazuje taką samą wrażliwość na przyjęte warunki brzegowe jak próbka doświadczalna. Wprowadzenie dodatkowej blokady przesuwu górną zarówno w teście doświadczalnym jak i numerycznym wpłynęło na zwiększenie szacowanego parametru o $\delta = 2,7\%$. Duże rozbieżności obserwujemy jednak w otrzymywanych wartościach przemieszczeń. W analizowanym przypadku model numeryczny daje wyższe wartości przemieszczeń w niż eksperyment, co skutkuje niższymi wartościami modułu ścinania G_C . W przypadku modelu z zablokowaną możliwością przesuwu w miejscu podparcia

(dołem) różnica ta wynosi $\delta = 11,4\%$. Zablokowanie przesuwu górnego zmniejszyło tę różnicę do $\delta = 8,7\%$, ale jej nie wyeliminowało. Na rysunku 8a pokazano rozkład naprężeń stycznych σ_{23} w rdzeniu próbki. Natomiast rysunek 8b pokazuje rozkład naprężeń normalnych σ_{33} .



Rys.8 Rozkład naprężeń w teście bezpośredniego ścinania z zablokowanym przesuwem poprzecznym górnej i dolnej krawędzi

Pamiętamy, że wzór (8) odnoszący się do omawianego testu został wyprowadzony przy założeniu, że w przekroju rdzenia występują tylko naprężenia styczne a ich rozkład na całej wysokości próbki jest równomierny. Z uwagi na warunki równowagi na brzegach próbki występuje jednak zaburzenie tego stanu. Analizując rysunek 8 widzimy, że lokalne zaburzenia występują w strefach brzegowych, sięgających około 4cm z każdej strony. Dodatkowo przeprowadzono szereg symulacji mających na celu sprawdzenie wpływu rozmiaru siatki MES. W przypadku przemieszczeń i modułu ścinania wielkość siatki nie ma znaczenia.

Zatem można powiedzieć, że metoda bezpośredniego ścinania na próbce podwójnej daje zaniżoną wartość modułu ścinania G_C . Aby wyjaśnić przyczyny tego zjawiska wykorzystano podstawy energetyczne. Przy liniowej zależności pomiędzy siłą a przemieszczeniem otrzymamy równanie pracy sił zewnętrznych (12) oraz całkowitą energią właściwą (13):

$$W = \frac{(0,5F)w}{2}, \quad (12)$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \tau \gamma dV + \frac{1}{2} \int_V \sigma \epsilon dV. \quad (13)$$

Przyrównując (13) do pracy sił zewnętrznych i wprowadzając $\tau = G\gamma$, $\sigma = E\varepsilon$ oraz, przyjmując, że rozkład naprężeń stycznych jest stały na wysokości próbki otrzymujemy zależność (14)

$$G = \frac{Fd_c}{2wBL} + \frac{2G}{Fw_v} \int \frac{\sigma^2}{E} dV. \quad (14)$$

W przyjętym układzie współrzędnych pokazanym na rysunku 7, τ oznacza naprężenia ścinające $\sigma_{32} = \sigma_{23}$, natomiast σ - naprężenie normalne σ_{33} .

Pierwszy człon równania (14) dokładnie odzwierciedla wzór (8) na moduł ścinania w tradycyjnym podejściu. Druga część równania jest wartością dodatnią i jest pomijana w konsekwencji upraszczającego założenia, iż w przekroju występują tylko naprężenia styczne. Powoduje to niedoszacowanie G_C wyznaczanego na podstawie metody bezpośredniego ścinania próbki podwójnej. Wielkość tego niedoszacowania zależy zarówno od parametrów materiałowych rdzenia jak i wymiarów badanej próbki. Można zatem wyciągnąć wniosek, że wzór (8) jest zbyt uproszczony i powoduje zaniżanie wartości G_C .

7. Podsumowanie

W niniejszej pracy przedstawiono metody prowadzenia badań płyt warstwowych z miękkim rdzeniem. Szczególną uwagę poświęcono metodom identyfikacji parametrów materiałowych tego typu konstrukcji zalecanym przez normy oraz znanym z literatury. Zaproponowano własną metodę wyznaczania modułu ścinania materiału rdzenia opartą na pomiarze kątów obrotu przekroju płyty w teście zginania. Ma ona tę przewagę nad metodami tradycyjnymi, że mierzy się bezpośrednio kąty obrotu przekroju końcowego, które są związane ze ścinaniem. Unika się ewentualnych błędów, związanych z wyznaczaniem modułu Younga okładziny oraz sztywności okładziny B_S .

Przeprowadzono liczne badania eksperymentalne. W celu uzyskania dodatkowych informacji przeprowadzono symulacje komputerowe wszystkich rodzajów testów przy wykorzystaniu MES. Pozwoliło to sformułować i przedstawić wnioski końcowe wraz z praktycznymi wskazówkami dotyczącymi metod eksperymentalnych badań płyt warstwowych z cienkimi okładzinami.

8. Wnioski końcowe

Przeprowadzone badania eksperymentalne oraz symulacje komputerowe pozwalają na sformułowanie następujących wniosków:

1. Identyfikację modułu Kirchhoffa G_C z testów zginania należy wykonywać na próbkach z obciążeniami połączeniami brzegowymi lub zastosować odpowiedni współczynnik korygujący. W przypadku analizowanych płyt współczynnik ten ma wartość $K = 0,807$.
2. Przy pomiarze grubości okładziny należy uwzględnić ochronne powłoki antykorozyjne oraz wyznaczyć zastępczy moduł Younga.
3. W przypadku testów zginania, szczególnie dla próbek o małej rozpiętości, w identyfikacji modułu ścinania rdzenia G_C należy uwzględnić zgniecenie rdzenia na podporach.
4. Mikroprofilowanie okładzin nie ma wpływu na mierzone ugięcia płyty w teście zginania. W związku z tym nie zaburza szacowanej wartości modułu ścinania G_C wyznaczanej na podstawie testu zginania płyty.
5. Zaproponowana metoda identyfikacji G_C bazująca na pomiarze kątów obrotu przekroju przy podporze płyty ma podobne zalety prostoty testu jak metoda tradycyjna (pomiar w), lecz pozbawiona jest jej wad (wnioski 2 i 3).

Przy zastosowaniu wskazanych wyżej zasad przy identyfikacji G_C w testach zginania na podstawie pomiaru ugięć lub kątów obrotu otrzymuje się wystarczająco dokładne wyniki. Nie ma potrzeby stosowania prób skręcania lub bezpośredniego ścinania, które to testy wiążą się z dużą trudnością przygotowania próbek.

Za oryginalne elementy przeprowadzonych badań można uznać:

- wyjaśnienie przyczyn rozbieżności wyników identyfikacji modułu Kirchhoffa rdzenia G_C , uzyskiwanych z różnych rodzajów badań,
- zaproponowanie własnej metody identyfikacji modułu Kirchhoffa materiału rdzenia dla płyt warstwowych bazującej na pomiarze kątów obrotu Bernoullego i Timoshenki przekroju płyty w teście zginania ze ścinaniem,
- oszacowanie wpływu zamków na zachowanie się płyt warstwowych i zaproponowanie współczynnika korygującego K dla modułu ścinania wyznaczonego na podstawie testów zginania na płytach o szerokości B ,

- wykazanie konieczności stosowania zastępczego modułu Younga okładzin (stal + warstwy cynku) i oszacowanie błędów w identyfikacji G_C oraz w analizie statycznej płyt, gdy warstwa cynku jest pomijana.

Kierunki dalszych badań:

- wykonanie badań dla rdzenia nieciągłego np. wełny mineralnej,
- opracowanie ogólnej metody uwzględniania wpływu zamków na nośność płyt, ugięcia i wyniki identyfikacji G_C z uwzględnieniem różnego typu płyt i zamków.

Bibliografia

- [1] Allen H.G.: Analysis and Design of Structural Sandwich Panels. *Pergamon Press*, London, (1969).
- [2] Basu A.K.: The Manufacture and Behaviour of Sandwich Panels made of the Material Combination of Steel Sheets and Polyurethane Foam. *Dr. Ing. Dissertation*, Technischen Hochschule Darmstadt, Germany (1976).
- [3] Bezazi A., Mahi A.El., Berthelot J.M., Bezazi B.: Experimental analysis of behavior and damage of sandwich composite materials in three-point bending. Part 1: Static tests and stiffness degradation at failure studies. *Strength of Materials*, **39**(2), 170-177, (2007).
- [4] Gibson L.J., Ashby M.F.: Cellular Solids: Structure and Properties. *Pergamon Press*, Oxford, (1998).
- [5] Gong L., Kyriakides S., Jang W.Y.: Compressive response of open-cell foams. Part I: Morphology and elastic properties. *International Journal of Solids and Structures*, **42**(5-6), 1355-1379, (2005).
- [6] Mills N.: Polymer Foams Handbook: Engineering and Biomechanics Applications and Design Guide. *Butterworth Heinemann*, (2007).
- [7] Nowak A.S., Rakoczy A.M.: Diagnostic procedures for assessment of structures. *56 Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN oraz Komitetu Nauki PZITB*, Kielce-Krynica, Polska, 301-316, (2010).
- [8] Rizov V., Shipsha A., Zenkert D.: Indentation study of foam core sandwich composite panels. *Composite Structures*, **69**, 95-102, (2005).
- [9] Saha M.C., Mahfuz H., Chakravarty U.K., Uddin M., Kabir Md.E., Jeelani S.: Effect of density, microstructure, and strain rate on compression behavior of polymeric foams. *Materials Science and Engineering*, A406, 328-336, (2005).
- [10] Stamm K., Witte H.: Sandwichkonstruktionen: Berechnung, Fertigung, Ausführung. *Springer-Verlag*, Wien, (1974).
- [11] PN-EN 14509:2007 Samonośne płyty warstwowe z rdzeniem z materiału termoizolacyjnego w obustronnej okładzinie z blachy. Wyroby produkowane fabrycznie. Właściwości.
- [12] PN-EN 10002-1:2004 Metale. Próba rozciągania. Część 1: Metoda badania w temperaturze otoczenia.