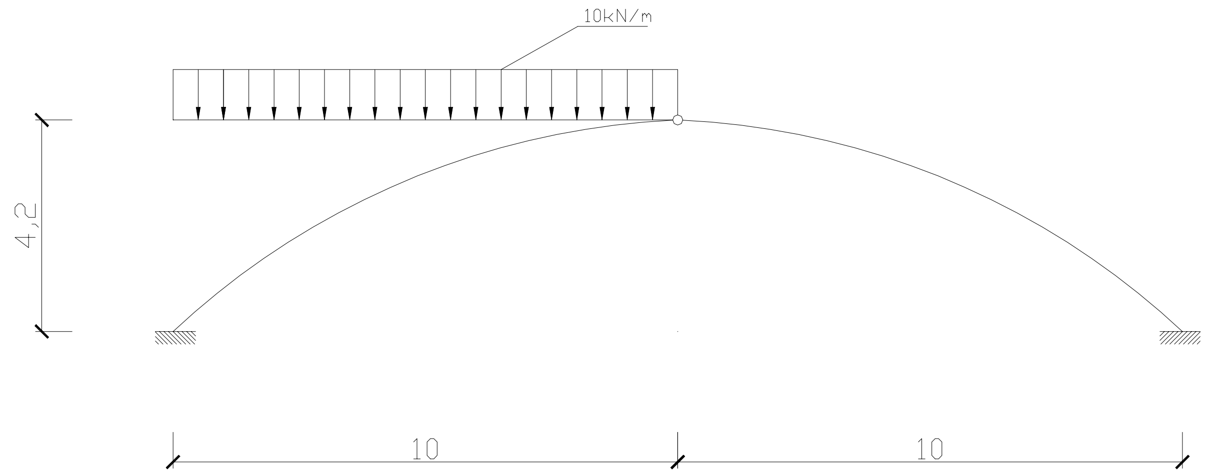
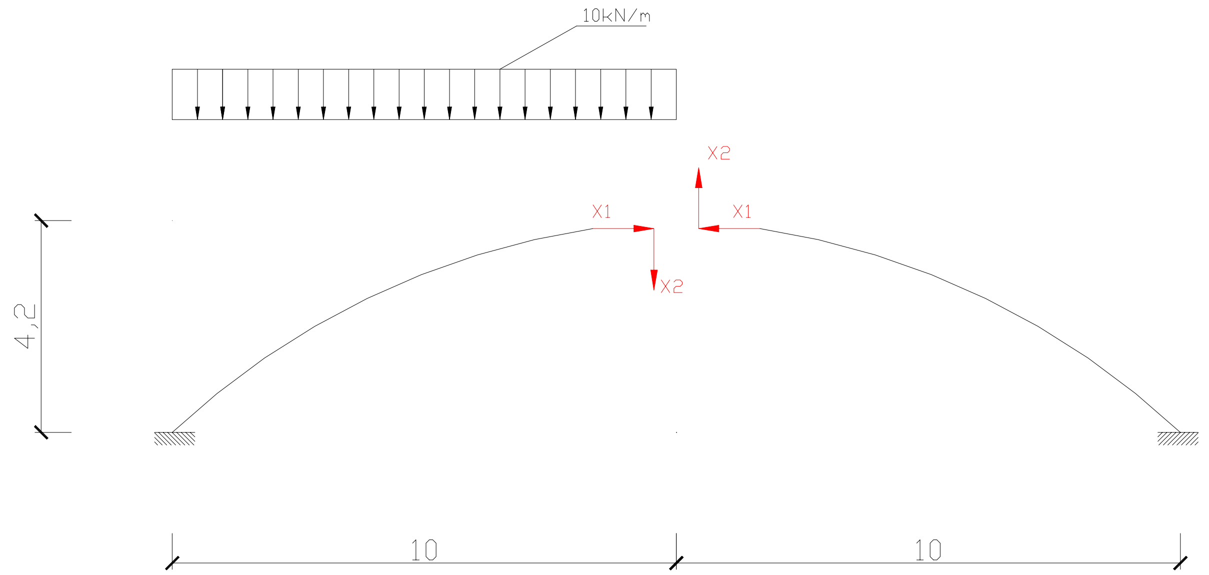
OBLICZANIE UKŁADÓW STATYCZNIE NIEWYZNACZALNYCH METODĄ SIŁ.

Dany łuk statycznie niewyznaczalny:



Dobieram układ podstawowy:



Układ równań kanonicznych:

$$\begin{cases} \delta_{11} \cdot X_1 + \delta_{12} \cdot X_2 + \delta_{1P} = 0 \\ \delta_{21} \cdot X_1 + \delta_{22} \cdot X_2 + \delta_{2P} = 0 \end{cases}$$

$$\delta_{ik} = \sum \int_S \frac{M_i \cdot M_k}{EI \cos\varphi} ds$$

$$\Delta_{iP} = \sum \int_S \frac{M_P \cdot M_i}{EI \cos\varphi} ds$$

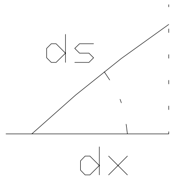
Pomijam wpływ T i N zgodnie z warunkiem $f \le \frac{1}{5} l$

Obliczam równanie paraboli:

$y = 0{,}84 \cdot x - 0{,}042 \cdot x^2$

Wykorzystuję równanie aby znaleźć zależność zmiany kąta co pozwoli na zamianę całki po długości łuku na całkę po wartościach x:

$$\frac{dy}{dx} = \tan\varphi = -0{,}084 \cdot x + 0{,}84$$



$$ds = \frac{dx}{\cos\varphi}$$

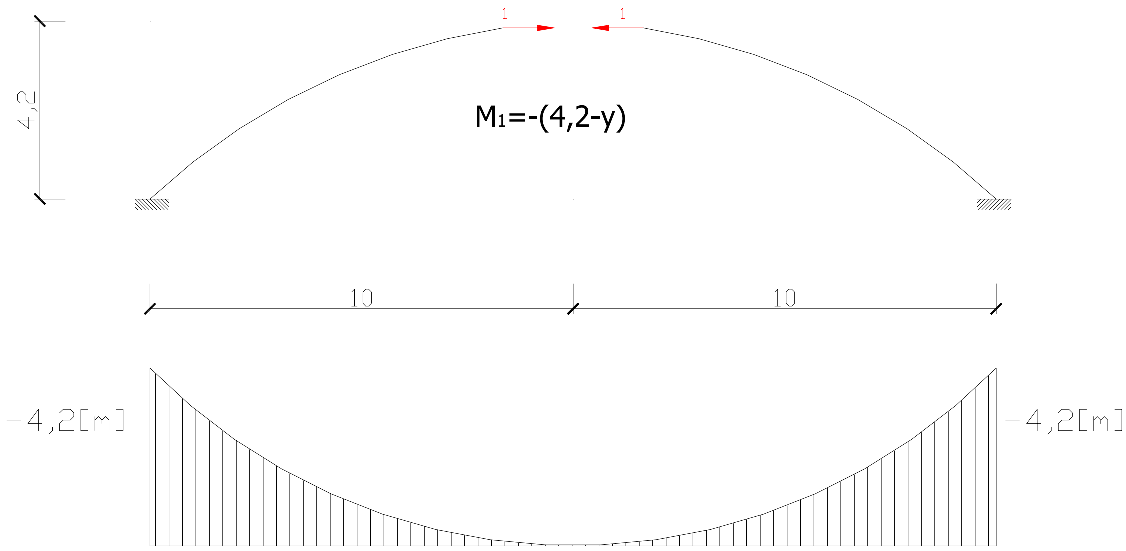
Zamieniam całkę po długości łuku s na całkę po długości poziomej x:

$$\delta_{ik} = \sum \int_s \frac{M_i \cdot M_k}{EA} ds$$

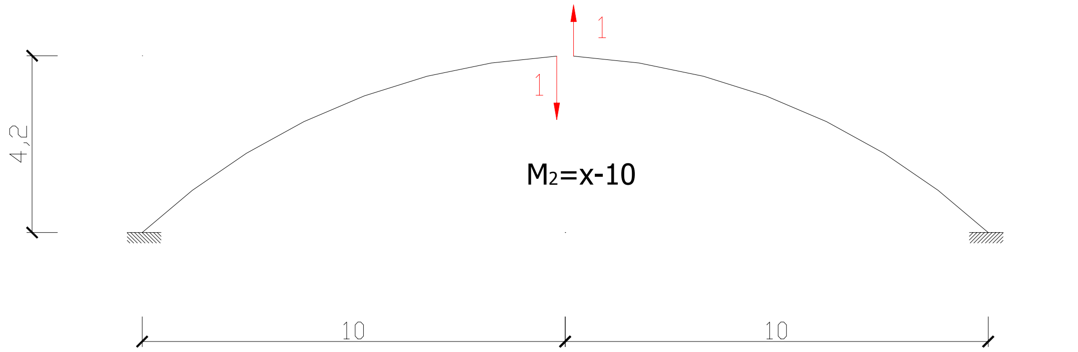
$$\delta_{ik} = \sum \int_x \frac{M_i \cdot M_k}{EA\cos\varphi} dx$$

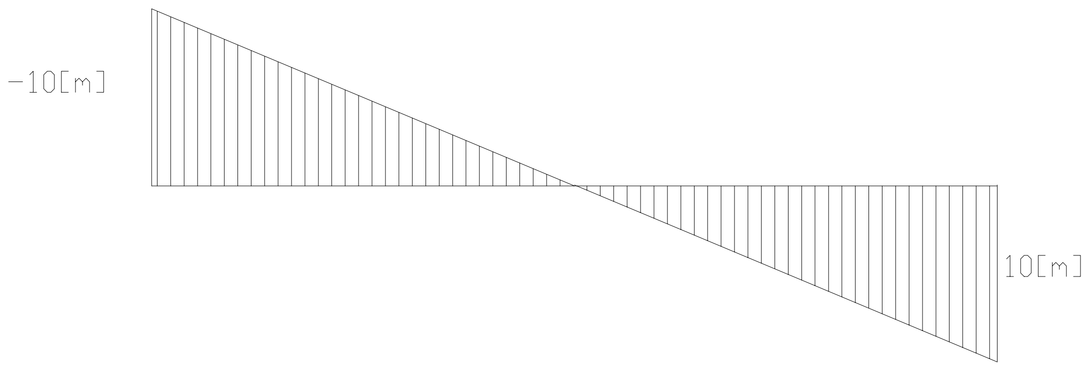
Rysuję wykresy od sił jedynkowych i obciążenia zewnętrznego, których wyniki umieszczę w tabeli:

Stan X_1=1



Stan X_2=1

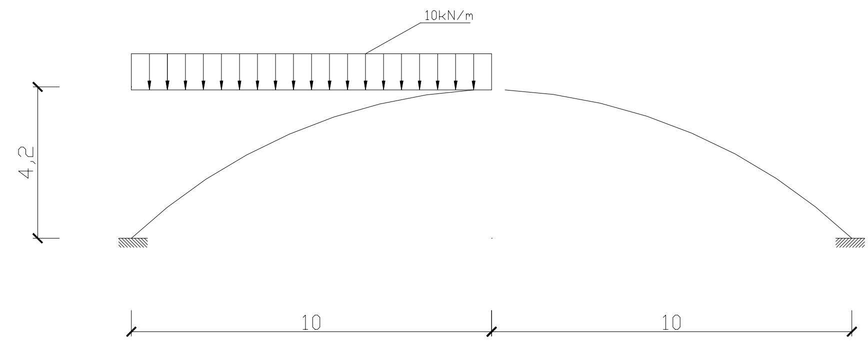


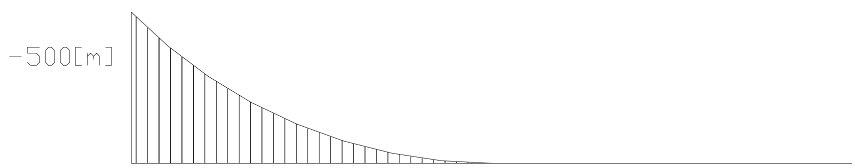


Stan P

$$M_P = \frac{-10(10-x)^2}{2} \qquad x \in \langle 0,10 \rangle$$

$$M_P = 0 \qquad x \in \langle 10,20 \rangle$$

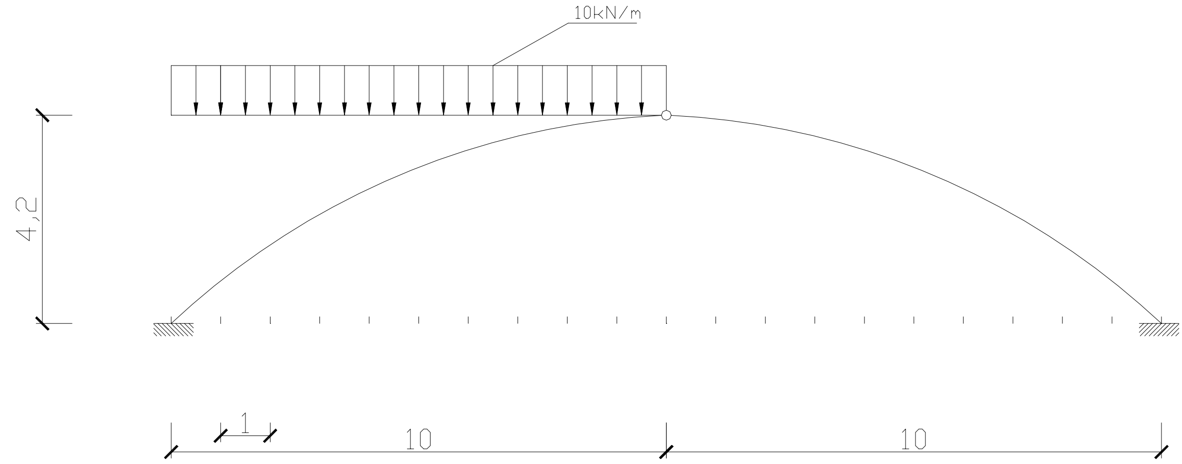




Nr	x	t	tan φ	φ	1/cos φ	M_1	M_2	M_p	$M_1^2/\cos\varphi$	$M_2^2/\cos\varphi$	$(M_1 * M_2)/\cos\varphi$	$(M_1 * M_p)/\cos\varphi$	$(M_2 * M_p)/\cos\varphi$	**$M^{(n)}$**
0	0	0	0,84	0,69866	1,305986	-4,2	-10	-500	23,0376	130,5986	54,85142113	2742,57106	6529,93109	**-60,0438**
1	1	0,798	0,756	0,64733	1,253609	-3,402	-9	-405	14,50878	101,5423	38,38300616	1727,23528	4569,4055	**-31,5395**
2	2	1,512	0,672	0,591686	1,204817	-2,688	-8	-320	8,705217	77,10829	25,90838474	1036,33539	3084,33152	**-8,03507**
3	3	2,142	0,588	0,531549	1,160062	-2,058	-7	-245	4,913285	56,84304	16,71185414	584,914895	1989,50645	**10,46932**
4	4	2,688	0,504	0,466842	1,119829	-1,512	-6	-180	2,560089	40,31383	10,15908468	304,77254	1209,41484	**23,9737**
5	5	3,15	0,42	0,397628	1,08462	-1,05	-5	-125	1,195793	27,11549	5,694253682	142,356342	677,887343	**32,47808**
6	6	3,528	0,336	0,324149	1,054939	-0,672	-4	-80	0,476394	16,87902	2,835675658	56,7135132	337,580435	**35,98247**
7	7	3,822	0,252	0,24686	1,031263	-0,378	-3	-45	0,147351	9,28137	1,169452586	17,5417888	139,220546	**34,48685**
8	8	4,032	0,168	0,166446	1,014014	-0,168	-2	-20	0,02862	4,056055	0,340708639	3,40708639	40,5605523	**27,99123**
9	9	4,158	0,084	0,083803	1,003522	-0,042	-1	-5	0,00177	1,003522	0,042147916	0,21073958	5,01760899	**16,49562**
10	10	4,2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	**0**
11	11	4,158	-0,084	-0,0838	1,003522	-0,042	1	0	0,00177	1,003522	-0,042147916	0	0	**-16,4956**
12	12	4,032	-0,168	-0,16645	1,014014	-0,168	2	0	0,02862	4,056055	-0,340708639	0	0	**-27,9912**
13	13	3,822	-0,252	-0,24686	1,031263	-0,378	3	0	0,147351	9,28137	-1,169452586	0	0	**-34,4868**
14	14	3,528	-0,336	-0,32415	1,054939	-0,672	4	0	0,476394	16,87902	-2,835675658	0	0	**-35,9825**
15	15	3,15	-0,42	-0,39763	1,08462	-1,05	5	0	1,195793	27,11549	-5,694253682	0	0	**-32,4781**
16	16	2,688	-0,504	-0,46684	1,119829	-1,512	6	0	2,560089	40,31383	-10,15908468	0	0	**-23,9737**
17	17	2,142	-0,588	-0,53155	1,160062	-2,058	7	0	4,913285	56,84304	-16,71185414	0	0	**-10,4693**
18	18	1,512	-0,672	-0,59169	1,204817	-2,688	8	0	8,705217	77,10829	-25,90838474	0	0	**8,035069**
19	19	0,798	-0,756	-0,64733	1,253609	-3,402	9	0	14,50878	101,5423	-38,38300616	0	0	**31,53945**
20	20	0	-0,84	-0,69866	1,305986	-4,2	10	0	23,0376	130,5986	-54,85142113	0	0	**60,04384**
									86,43076	**793,6374**	**5,44749E-14**	**5144,6881**	**15132,6185**	

Z tabeli ze strony 4 korzystam z metody Simpsona numerycznego całkowania:

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{\Delta x}{3}\left(f_0 + 4\cdot f_1 + 2\cdot f_2 + 4\cdot f_3 + ... + 2\cdot f_{n-2} + 4\cdot f_{n-1} + f_n\right)$$



$\Delta x = 1m$

$$\delta_{11} = \sum \int_x \frac{M_1 \cdot M_1}{EI\cos\varphi}dx = \frac{86,43076}{EI}$$

$$\delta_{12} = \sum \int_x \frac{M_1 \cdot M_2}{EI\cos\varphi}dx = 0$$

$$\delta_{22} = \sum \int_x \frac{M_i \cdot M_k}{EI\cos\varphi}dx = \frac{796,6374}{EI}$$

$$\delta_{1P} = \sum \int_x \frac{M_i \cdot M_k}{EI\cos\varphi}dx = \frac{5144,6881}{EI}$$

$$\delta_{2P} = \sum \int_x \frac{M_i \cdot M_k}{EI\cos\varphi}dx = \frac{15132,6185}{EI}$$

Otrzymane wartości podstawiam do równania kanonicznego:

$$\begin{cases} 86,43076\cdot X_1 + 0\cdot X_2 + 5144,6881 = 0 \\ 0\cdot X_1 + 796,6374\cdot X_2 + 15132,6185 = 0 \end{cases}$$

$X_1 = -59,5238[kN]$

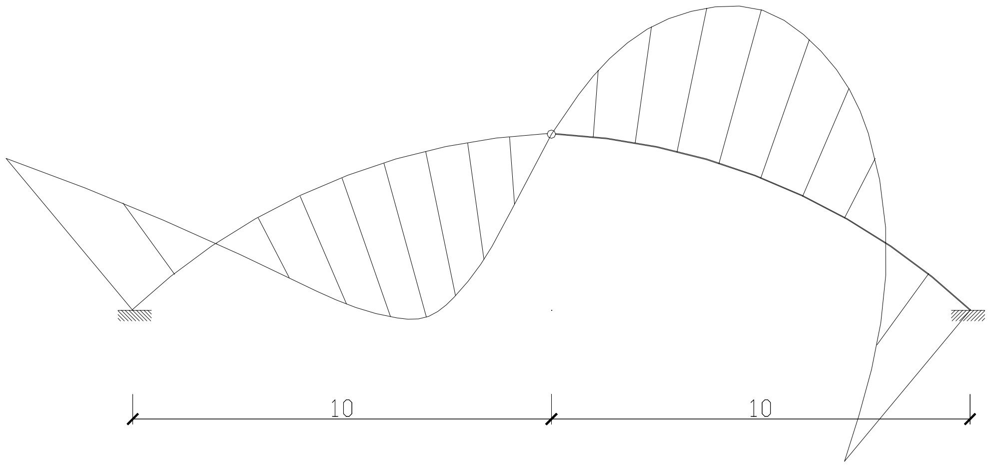
$X_2 = -18,9956[kN]$

Korzystam z zasady superpozycji i wyznaczam M^n:

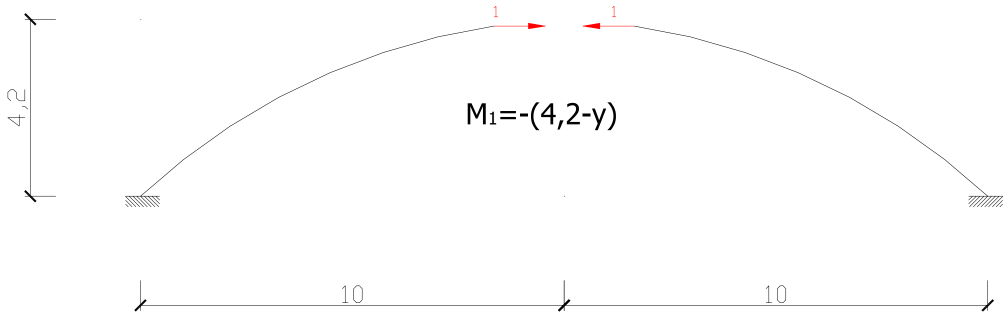
$$M^{(n)} = M_1\cdot X_1 + M_2\cdot X_2 + M_P$$

$$M^{(n)} = M_1\cdot(-59,5238) + M_2\cdot(-18,9956) + M_P$$

$\mathbf{M^{(n)}}$ wartości z tabeli na stronie 7



Kontrola kinematyczna:



Mn	M wirt	Spr Mw*Mn
-47,0693	-1	329,349
-21,0301	-0,855	134,5088
0,268642	-0,72	26,02195
16,82684	-0,595	-24,9945
28,64454	-0,48	-40,5918
35,72172	-0,375	-36,9877
38,05839	-0,28	-25,5087
35,65456	-0,195	-13,4436
28,51021	-0,12	-4,76843
16,62536	-0,055	-0,69526
0	0	0
-16,3659	0,045	0,695256
-27,4723	0,08	4,768427
-33,3191	0,105	13,44358
-33,9065	0,12	25,50865
-29,2344	0,125	36,98769
-19,3029	0,12	40,59181
-4,11179	0,105	24,99452
16,33878	0,08	-26,022
42,04884	0,045	-134,509
73,01838	0	-329,349
		-4,9E-06