

Olga Kopacz, Adam Łodygowski, Krzysztof Tymber,
Michał Płotkowiak, Wojciech Pawłowski
Poznań 2002/2003

MECHANIKA BUDOWLI 1

WSTĘP.

Mechanika budowli stanowi dział mechaniki technicznej, zajmujący się statyką, statecznością i dynamiką elementów jak i całych konstrukcji budowlanych. Elementy konstrukcji tworzą dźwigary-układy ciał odkształcalnych, połączonych ze sobą i ziemią (fundamentem), tworzące układy geometrycznie niezmiennie (liczba stopni swobody równa lub mniejsza od liczby więzów). Dźwigary mogą być wykształcone jako pręty, tarcze, płyty i powłoki. W dalszych rozważaniach zajmiemy się głównie układami prętowymi.

Pręt jest to taki dźwigar, w którym jeden wymiar jest znacznie większy od pozostałych. Do szczególnych typów prętów należą cięgna i struny. Przenoszą one jedynie siły podłużne, rozciągające gdyż nie posiadają sztywności na zginanie.

Układy prętowe dzielą się na kratownice i układy ramowe. Ramy składają się z prętów prostoliniowych lub zakrzywionych łuków. Przenoszą one momenty zginające oraz siły poprzeczne i podłużne. Obciążenie zewnętrzne może być przyłożone do dowolnego punktu układu.

W kratownicach wszystkie pręty połączone są przegubami. Obciążenie zewnętrzne i ciężar własny przyłożone są jedynie w więzach dzięki czemu w prętach powstają jedynie siły osiowe (ściskające lub rozciągające). Założenie przegubowego połączenia prętów jest wyidealizowane, gdyż oznacza że końce prętów mogą się względem siebie obracać (kiedy w rzeczywistości pręty łączone są śrubami lub nitami). Dodatkowymi założeniami w teorii kratownic są: prostoliniowość i nieważkość prętów.

Obciążenia zasadniczo dzielimy na powierzchniowe (zewnętrzne) oraz objętościowe (masowe). Siły powierzchniowe występować mogą jako siły czynne oraz bierne (skutek działania czynnych czyli reakcje). Siły objętościowe związane są z konstrukcją jako elementem obdarzonym masą (siła bezwładności, oddziaływanie w polu magnetycznym).

Obciążenia dalej dzielimy na skupione i rozłożone (ciągłe). Obciążenie skupione stanowi idealizację obciążenia ciągłego rozłożonego na bardzo małym obszarze.

Można rozróżnić obciążenia stałe i zmienne. Do pierwszych zaliczamy np. ciężar własny czy stałe działające ciśnienie gruntu. Obciążenia zmienne mogą być ruchome

(zmieniające położenie względem budowli) i nieruchome (są okresowe jednak podczas działania można je traktować jako obciążenia stałe: wiatr, śnieg).

Obciążenia mogą działać bezpośrednio na zasadniczą część budowli lub pośrednio przez zastosowanie odpowiedniej konstrukcji pomocniczej.

Stan naprężenia układu wywołwany może być również spowodowany właściwościami fizycznymi materiału przejawiającymi się skurczem i pęcznieniem (w wyniku działania np. temperatury) oraz osiadania podpór i błędów konstrukcyjnych.

Zadaniem mechaniki budowli jest wyznaczanie sił wewnętrznych (momentów zginających, sił poprzecznych i podłużnych), reakcji podporowych oraz wyznaczanie stanu przemieszczenia (przemieszczenia uogólnione: liniowe, wzajemne, obrotowe, kątowe)

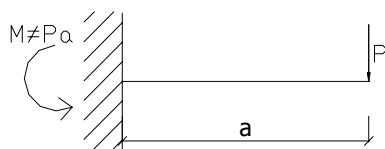
Założenia:

Materiał idealnie liniowo sprężysty.

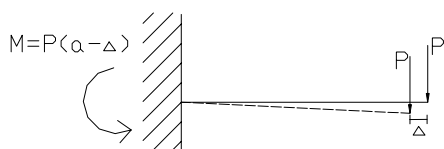
Więzy idealne (bez luzów i tarcia).

Przemieszczenia rzeczywiste bardzo małe w porównaniu z wymiarami

a)



b)



Rys. 1. Rzeczywisty moment powstały w utwierdzeniu pręta a) nieprawdziwy wzór $M=Pa$; b) wzór prawdziwy po uwzględnieniu skrócenia ramienia działania siły o przemieszczenie Δ , które powstało w wyniku działania siły P

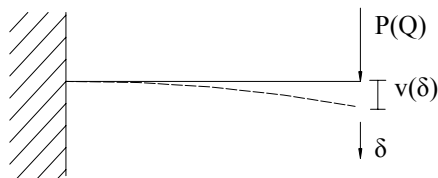
Zasada zeszywnienia:

Warunki równowagi zapisuje się dla konstrukcji nie odkształconej

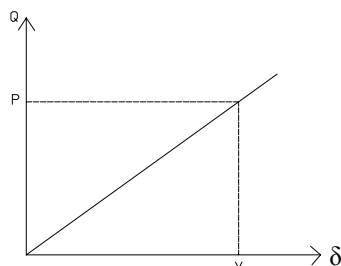
Zasada superpozycji skutków:

Gdy działa kilka przyczyn, skutek jest równy sumie skutków od pojedynczych przyczyn.

PRACA SIŁ NA PRZEMIESZCZENIACH PRZEZ NIE WYWOŁANYCH



Rys. 2. Przemieszczenie pionowe belki v pod wpływem działania siły P



Rys. 3. Zależność pracy Q od przemieszczenia δ

Zgodnie z założeniem materiał jest idealnie liniowo sprężysty tak więc zależność $Q(\delta)$ jest liniowa (jest to cecha układów Clapeyrona)

$$\delta = c \cdot Q \quad (1.1)$$

$$Q = \frac{\delta}{c} \quad (1.2)$$

Gdzie c -współczynnik proporcjonalności

$$v = c \cdot P \quad (1.3)$$

$$P = \frac{1}{c} \cdot v \quad (1.4)$$

Przyrost pracy dL przy wzroście przemieszczenia o $d\delta$:

$$dL_Z = Q d\delta \quad (1.5)$$

Gdy przemieszczenie osiągnie wartość v to całkowitą pracę zgodnie z powyższym wzorem wyraża zależność:

$$L_Z = \int_0^v dL_Z = \int_0^v Q d\delta \quad (1.6)$$

Korzystając z zależności (1.2) oraz (1.4) otrzymamy:

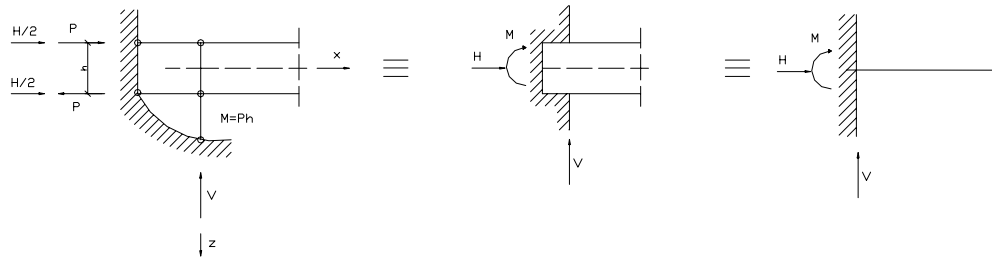
$$L_z = \int_0^v \frac{\delta}{c} \cdot d\delta = \frac{1}{c} \int_0^v \delta d\delta = \frac{1}{c} \frac{\delta^2}{2} \Big|_0^v = \frac{1}{2} \cdot v \cdot \frac{1}{c} \cdot v = \frac{1}{2} P \cdot v \quad (1.7)$$

$$L_z = \frac{1}{2} P v \quad (1.8)$$

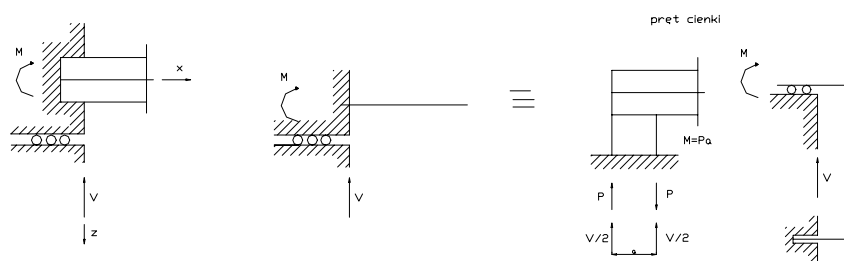
Wzór przedstawia pracę siły na przemieszczeniu przez nią wywołanym.

RODZAJE PODPÓR

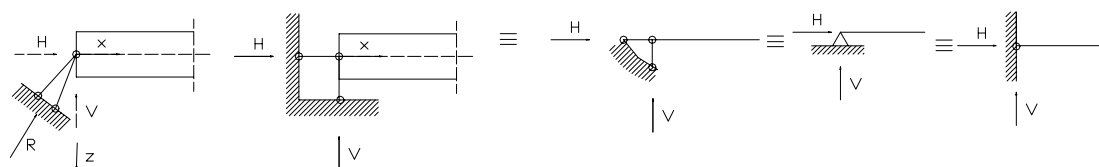
Zakładamy, że rozpatrywane układy prętowe ulegają deformacji tylko w jednej płaszczyźnie x, z . Przekroje pręta mają zatem tylko trzy stopnie swobody: dwa przesunięcia u, v oraz kąt obrotu φ . Pozostałe trzy składowe stanowią reakcje więzów: siły H, V oraz moment M .



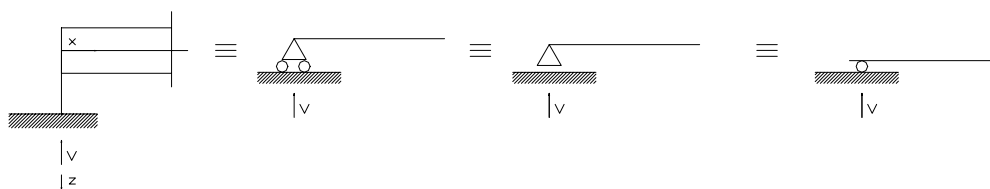
- Utwierdzenie $u=0, v=0, \varphi=0, H \neq 0, V \neq 0, M \neq 0$
Przekrój traci trzy stopnie swobody, w związku z tym występują trzy reakcje więzów: dwie siły składowe i moment.



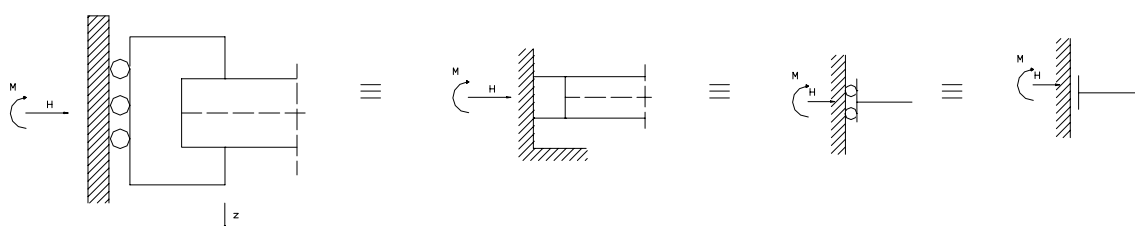
- Utwierdzenie z poziomym przesuwem (podpora teleskopowa)
 $u \neq 0, v=0, \varphi=0, H=0, V \neq 0, M \neq 0$
Przekrój pozbawiony dwóch stopni swobody, możliwe jedynie przemieszczenie poziome. Występują dwie reakcje: moment i siła o kierunku normalnym do podstawy fundamentu. W przypadku prętów cienkich, w których przekrój po odkształceniu jest prostopadły do osi pręta (założenie Bernoulliego), podpórę można uzyskać za pomocą dwóch równoległych prętów podporowych, prostopadłych do osi pręta zasadniczego.



- Podpora przegubowa nieprzesuwna $u=0, v=0, \varphi \neq 0, H \neq 0, V \neq 0, M=0$
Przekrój pozbawiony dwóch stopni swobody. Dopuszczalny jest obrót przekroju wokół osi y . Występują dwie składowe reakcji.



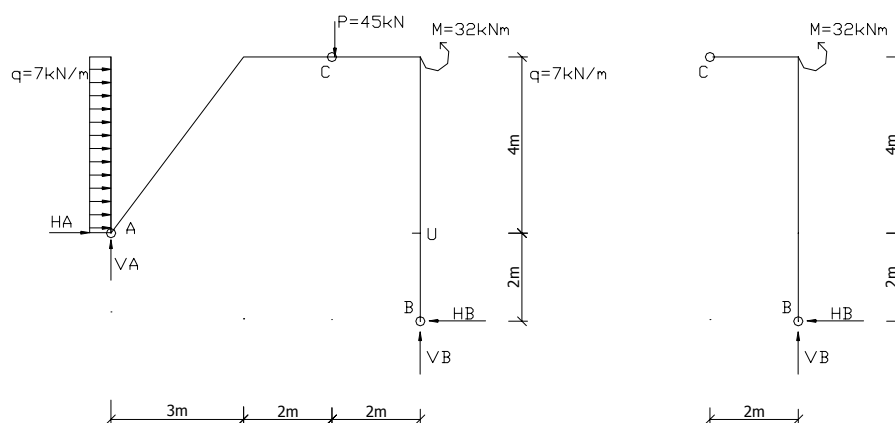
- Podpora przegubowa przesuwna $u \neq 0, v = 0, \varphi \neq 0, H = 0, V \neq 0, M = 0$
Przekrój pozbawiony jednego stopnia swobody. Dopuszczalne jest przemieszczenie u oraz kąt obrotu przekroju wokół osi y . Na podporze występuje tylko jedna składowa reakcji o kierunku pokrywającym się z osią pręta podporowego (lub z normalną do podstawy fundamentu).



- Podpora ślizgowa $u=0, v \neq 0, \varphi=0, H \neq 0, V=0, M \neq 0$
Przekrój pozbawiony dwóch stopni swobody. Dopuszczalne jest tylko przemieszczenie poprzeczne v . Występują dwie składowe reakcji: siła podłużna i moment zginający.

ZADANIE

Obliczyć siły wewnętrzne w ramie i narysować ich wykresy



$$\sum M_A = q \cdot 4 \cdot 2 + 5P - M - 7V_B + 2H_B = 0$$

$$\sum M_C = -M - 2V_B + 6H_B = 0$$

$$H_B = 19 \text{ kN}$$

$$V_B = 41 \text{ kN}$$

$$\sum M_C = q \cdot 4 \cdot 2 - 2P - M + V_A + 2H_B = 0$$

$$V_A = 4kN$$

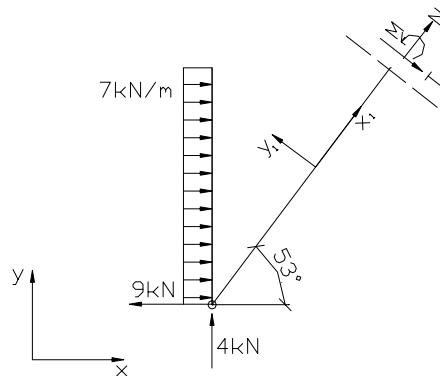
$$\sum M_B = -M - 2P + q \cdot 4 \cdot 4 + 7V_A + 2H_A = 0$$

$$H_A = -9kN$$

sprawdzenie :

$$\sum x = 0$$

$$\sum y = 0$$



$$\sum y_1 = -T + 4 \cos \alpha + 9 \sin \alpha - 7x_1 \sin \alpha \sin \alpha$$

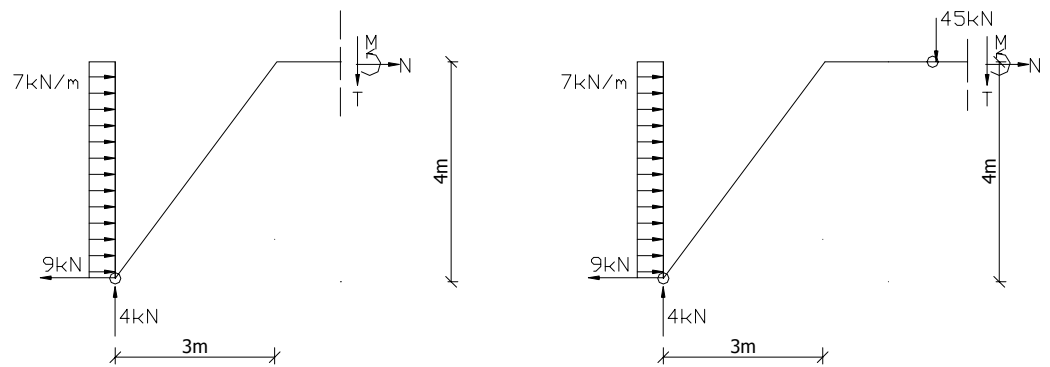
$$T(x_1) = -4,48x_1 + 9,6$$

$$\sum x_1 = N + 4 \sin \alpha - 9 \cos \alpha + 7x_1 \cos \alpha \sin \alpha$$

$$N(x_1) = -3,36x_1 + 2,2$$

$$\sum M = -M(x_1) + 4x_1 \cos \alpha + 9x_1 \sin \alpha - \frac{7}{2}x_1x_1 \sin \alpha \sin \alpha$$

$$M(x_1) = -2,24x_1^2 + 9,6x_1$$



$$-T(x) + 4 = 0$$

$$T(x) = 4 \text{ kN}$$

$$N(x) - 9 + 28 = 0$$

$$N(x) = -19 \text{ kN}$$

$$-M(x) + 4x + 9 \cdot 4 - 7 \cdot 4 \cdot 2 = 0$$

$$M(x) = 4x - 20$$

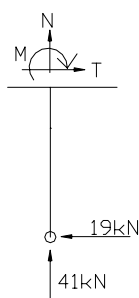
$$-T(x) + 4 - 45 = 0$$

$$T(x) = -41kN$$

$$N(x) = -19kN$$

$$-M(x) + 4x + 36 - 56 - 45(x - 5) = 0$$

$$M(x) = -41x - 205$$



$$T(x) - 19 = 0$$

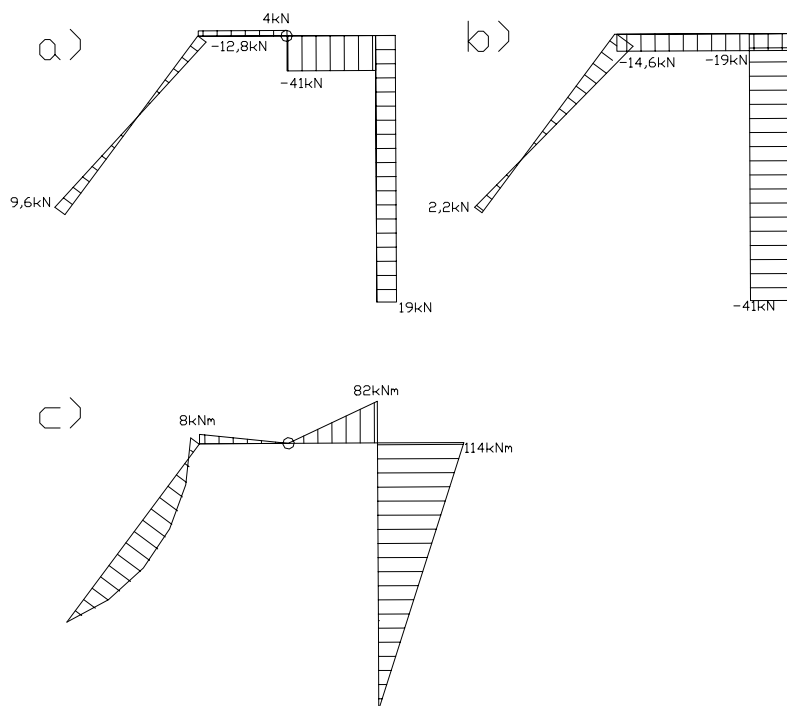
$$T(x) = 19kN$$

$$N(x) + 41 = 0$$

$$N(x) = -41kN$$

$$M(x) + 19x = 0$$

$$M(x) = -19x$$



- a) wykresy od sił poprzecznych T
- b) wykresy od sił normalnych N
- c) wykresy momentów zginających M

