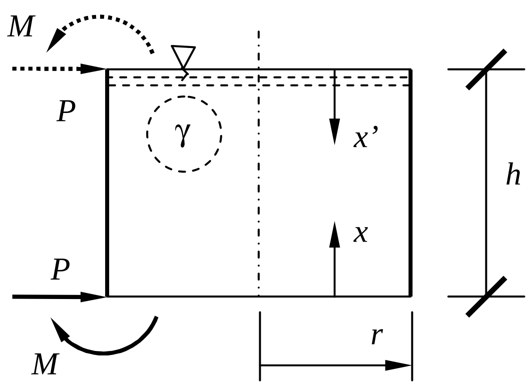
Zaburzenia brzegowe w powłokach (oznaczenia i wzory)

A. Powłoka walcowa



t – grubość powłoki,
E – moduł Younga,
ν – współczynnik Poissona,
γ – ciężar właściwy cieczy,
D – sztywność powłoki

$$D = \frac{Et^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

k – współczynnik zanikania

$$k = \frac{1}{\sqrt{rt}} \cdot \sqrt[4]{3\left(1-\nu^2\right)}$$

Siły w stanie błonowym:

*) siła normalna obwodowa:

$$n_{\varphi 0} = \gamma \cdot r \cdot x'$$

Współczynniki podatności (przemieszczenia w stanach podstawowych):

	P, M na dole:	P, M na górze:
$\delta_{PP} = \frac{1}{2Dk^3}$		
$\delta_{PM} = \delta_{MP} = \frac{-1}{2Dk^2}$	$\delta_{P0} = \frac{-r^2 h\gamma}{Et}$	$\delta_{P0} = 0$
$\delta_{MM} = \frac{1}{Dk}$	$\delta_{M0} = \frac{r^2\gamma}{Et}$	$\delta_{M0} = \frac{-r^2\gamma}{Et}$

Siły w stanie zgięciowym (P, M na dole):

*) siła normalna obwodowa:

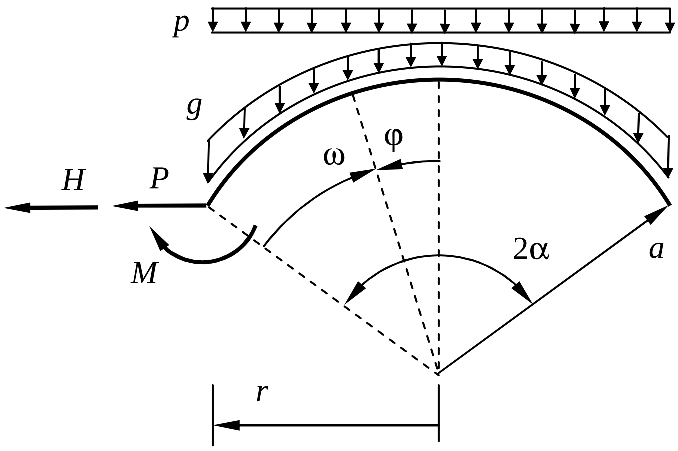
$$n_\varphi = \frac{-6P\left(1-\nu^2\right)}{rk^3t^2} \cdot e^{-kx} \cdot \cos(kx) + \frac{6M\left(1-\nu^2\right)}{rk^2t^2} \cdot e^{-kx} \cdot [\cos(kx) - \sin(kx)]$$

*) moment zginający południkowy:

$$M_x = \frac{-P}{k} \cdot e^{-kx} \cdot \sin(kx) + M \cdot e^{-kx} \cdot [\cos(kx) + \sin(kx)]$$

Dla P, M na górze należy zastąpić współrzędną x przez x'

B. Powłoka kulista



t – grubość powłoki,
E – moduł Younga,
ν – współczynnik Poissona,
p – obciążenie śniegem,
g – ciężar własny,
H – rozpór kopuły (uwzględniany tutaj, gdy nie ma wieńca),

$$H = -\left[n_{\varphi 0}\right]_{\varphi=\alpha} \cos\alpha$$

D – sztywność powłoki

$$D = \frac{Et^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

k – współczynnik zanikania

$$k = \sqrt{\frac{2a}{t}} \cdot \sqrt[4]{\frac{3}{4}\left(1-\nu^2\right)}$$

Siły w stanie błonowym:

*) siła normalna południkowa:

$$n_{\varphi 0} = \frac{-ga}{1+\cos\varphi} - \frac{1}{2}pa$$

*) siła normalna równoleżnikowa:

$$n_{\vartheta 0} = -ga\left(\cos\varphi - \frac{1}{1+\cos\varphi}\right) - \frac{1}{2}pa\cos(2\varphi)$$

Współczynniki podatności (przemieszczenia w stanach podstawowych):

$$\delta_{PP} = \frac{2kr}{Et}\sin\alpha \qquad \delta_{P0} = \frac{r}{Et}\left[n_{\vartheta 0} - \nu n_{\varphi 0}\right]_{\varphi=\alpha} + \frac{2Hkr}{Et}\sin\alpha$$

$$\delta_{PM} = \delta_{MP} = \frac{2k^2}{Et}\sin\alpha \qquad \delta_{M0} = \frac{-1}{Et}\left[-\frac{dn_{\vartheta 0}}{d\varphi} + \nu\frac{dn_{\varphi 0}}{d\varphi} + (1+\nu)\left(n_{\varphi 0} - n_{\vartheta 0}\right)\mathrm{ctg}\,\alpha\right]_{\varphi=\alpha} + \frac{2Hk^2}{Et}\sin\alpha$$

$$\delta_{MM} = \frac{a}{Dk}$$

Siły w stanie zgięciowym:

*) siła normalna południkowa:

$$n_{\varphi} = \sqrt{2}\cdot P\cdot\sin\alpha\cdot e^{-k\omega}\cdot\cos\left(k\omega + \frac{\pi}{4}\right)\cdot\mathrm{ctg}\,\varphi - \frac{2Mk}{a}\cdot e^{-k\omega}\cdot\sin(k\omega)\cdot\mathrm{ctg}\,\varphi$$

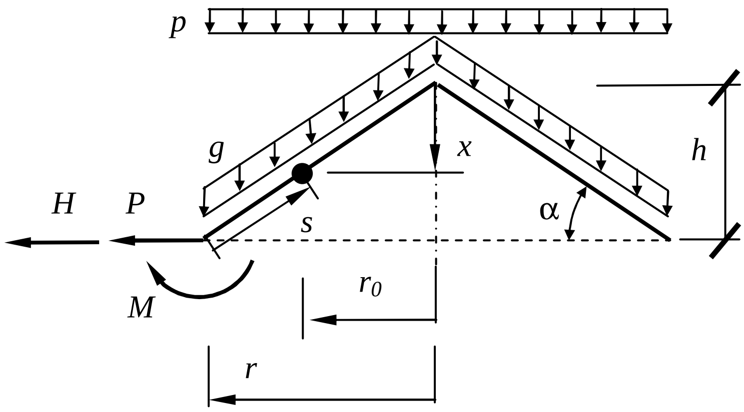
*) siła normalna równoleżnikowa:

$$n_{\vartheta} = 2Pk\cdot\sin\alpha\cdot e^{-k\omega}\cdot\cos(k\omega) + \frac{2Mk^2}{a}\cdot e^{-k\omega}\cdot\left[\cos(k\omega) - \sin(k\omega)\right]$$

*) moment zginający południkowy:

$$M_{\varphi} = \frac{Pa}{k}\cdot\sin\alpha\cdot e^{-k\omega}\cdot\sin(k\omega) + M\cdot e^{-k\omega}\cdot\left[\cos(k\omega) + \sin(k\omega)\right]$$

C. Powłoka stożkowa



t – grubość powłoki,
E – moduł Younga,
ν – współczynnik Poissona,
p – obciążenie śniegem,
g – ciężar własny,
H – rozpór stożka (uwzględniany tutaj, gdy nie ma wieńca)

$$H = -\left[n_{\varphi 0}\right]_{x=h} \cos\alpha$$

l – tworząca stożka

$$l = \sqrt{h^2 + r^2}$$

D – sztywność powłoki

$$D = \frac{Et^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

λ – współczynnik zanikania

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{l^2 t^2}{3\left(1-\nu^2\right)\tan^2\alpha}}$$

<u>Siły w stanie błonowym:</u>
*) siła normalna południkowa:

$$n_{\varphi 0} = \frac{-gx}{2\sin^2\alpha} - \frac{px}{2\sin^2\alpha}\cdot\cos\alpha$$

*) siła normalna równoleżnikowa:

$$n_{\vartheta 0} = -gx\,\mathrm{ctg}^2\alpha - px\,\mathrm{ctg}^2\alpha\cdot\cos\alpha$$

<u>Współczynniki podatności (przemieszczenia w stanach podstawowych):</u>

$$\delta_{PP} = \frac{2l^2}{\lambda Et}\cos^2\alpha \qquad \delta_{P0} = \frac{h\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha}{Et}\left[n_{\vartheta 0} - \nu n_{\varphi 0}\right]_{x=h} + \frac{2Hl^2}{\lambda Et}\cos^2\alpha$$

$$\delta_{PM} = \delta_{MP} = \frac{\lambda^2}{2D}\sin\alpha \qquad \delta_{M0} = \frac{\mathrm{ctg}\,\alpha}{Et}\left[x\cdot\left(\frac{dn_{\vartheta 0}}{dx} - \nu\frac{dn_{\varphi 0}}{dx}\right) + (1+\nu)\left(n_{\vartheta 0} - n_{\varphi 0}\right)\right]_{x=h} + \frac{H\lambda^2}{2D}\sin\alpha$$

$$\delta_{MM} = \frac{\lambda}{D}$$

<u>Siły w stanie zgięciowym</u> (współrzędna pomocnicza $\eta = s/\lambda$):
*) siła normalna południkowa:

$$n_\varphi = \sqrt{2}\cdot P\cdot\cos\alpha\cdot e^{-\eta}\cdot\cos\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right) - \frac{2M}{\lambda}\cdot\mathrm{ctg}\,\alpha\cdot e^{-\eta}\cdot\sin\eta$$

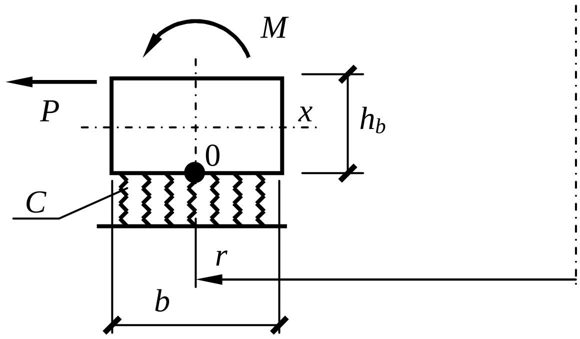
*) siła normalna równoleżnikowa:

$$n_\vartheta = \frac{2Pr_0}{\lambda}e^{-\eta}\cdot\cos\eta + \frac{2\sqrt{2}\cdot Mr_0}{\lambda^2\sin\alpha}\cdot e^{-\eta}\cdot\cos\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right)$$

*) moment zginający południkowy:

$$M_\varphi = P\lambda\cdot\sin\alpha\cdot e^{-\eta}\cdot\sin\eta + \sqrt{2}\cdot M\cdot e^{-\eta}\cdot\sin\left(\eta + \frac{\pi}{4}\right)$$

D. Ława pierścieniowa na podłożu podatnym



C – sztywność podłoża [kN/m^3],
E – moduł Younga,
I_L – moment bezwładności przekroju ławy względem osi x

$$I_L = \frac{h_b{}^3 b}{12}$$

I_F – moment bezwładności podstawy ławy względem osi 0 na jednostkę długości

$$I_F = \frac{b^3 \cdot 1m}{12}$$

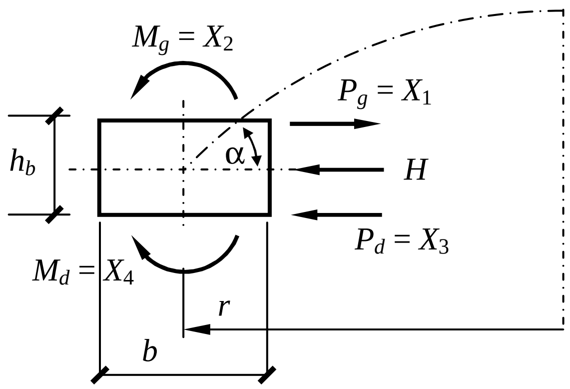
Współczynniki podatności (przemieszczenia w stanach podstawowych):

$$\delta_{PP} = \frac{r^2 h_b{}^2}{CI_F r^2 + 4EI_L}$$

$$\delta_{PM} = \delta_{MP} = \frac{r^2 h_b}{CI_F r^2 + 4EI_L}$$

$$\delta_{MM} = \frac{r^2}{CI_F r^2 + 4EI_L}$$

E. Belka obwodowa (wieniec)



E – moduł Younga
A – pole powierzchni przekroju wieńca

$$A = h_b b$$

H – rozpór kopuły lub stożka

$$H = -\lfloor n_{\varphi 0} \rfloor_{\varphi=\alpha} \cos\alpha$$

Współczynniki podatności (przemieszczenia w stanach podstawowych):
Uwaga: przemieszczenie wywołane siłą P = 1 składa się z części osiowej (δ_a) i mimośrodowej (δ_b):

$$\delta_a = \frac{r^2}{EA} \qquad \delta_b = 3\delta_a$$

$$\delta_{11} = \delta_a + \delta_b = \frac{4r^2}{EA} \qquad \delta_{12} = -\frac{6r^2}{EAh_b}$$

$$\delta_{13} = -\delta_a + \delta_b = \frac{2r^2}{EA} \qquad \delta_{14} = -\delta_{12}$$

$$\delta_{22} = \frac{12r^2}{EAh_b{}^2} \qquad \delta_{23} = \delta_{12}$$

$$\delta_{24} = -\delta_{22} \qquad \delta_{33} = \delta_{11}$$

$$\delta_{34} = -\delta_{12} \qquad \delta_{44} = \delta_{22}$$

$$\delta_{10} = -\delta_{30} = -H\delta_a = -\frac{Hr^2}{EA} \qquad \delta_{20} = \delta_{40} = 0$$