

POLITECHNIKA POZNAŃSKA

WYDZIAŁ BUDOWNICTWA ARCHITEKTURY I INŻYNIERII
ŚRODOWISKA

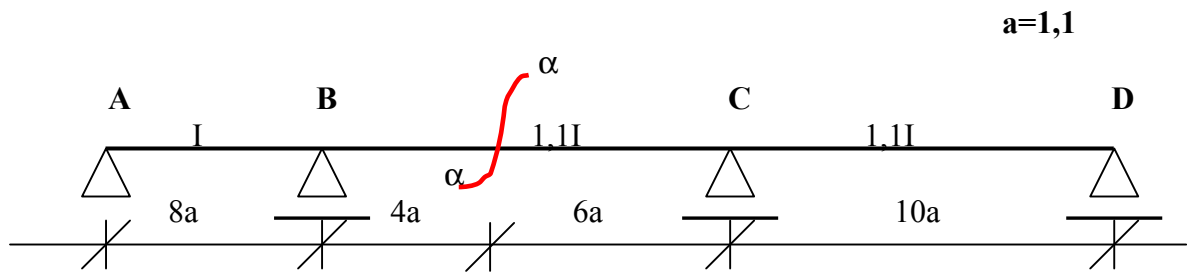
ĆWICZENIE NR. 1

LINIE WPŁYWOWE SIŁ W BELKACH
CIĄGLYCH

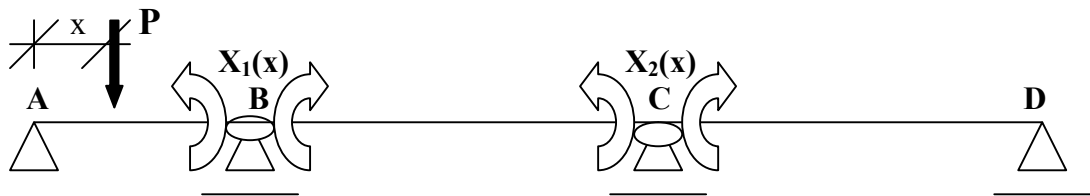
PIOTR WOJCIŃSKI
SEMESTR V GRUPA BK ROK 2004/2005
STUDIUM ZAOCZNE – POZNAŃ
MECHANIKA BUDOWLI

POZNAŃ 2004

1. BELKA



2. Przyjmujemy układ podstawowy:



$$\varphi_{B_l} - \varphi_{B_p} = 0 \Rightarrow \Delta \varphi_B(x) = 0 = \delta_1(x) = 0$$

$$\varphi_{C_l} - \varphi_{C_p} = 0 \Rightarrow \Delta \varphi_C(x) = 0 = \delta_2(x) = 0$$

3. Rozpisujemy równania kanoniczne z zasady superpozycji:

$$\delta_{11} * x_1(x) + \delta_{12} * x_2(x) + \delta_{1p}(x) = 0$$

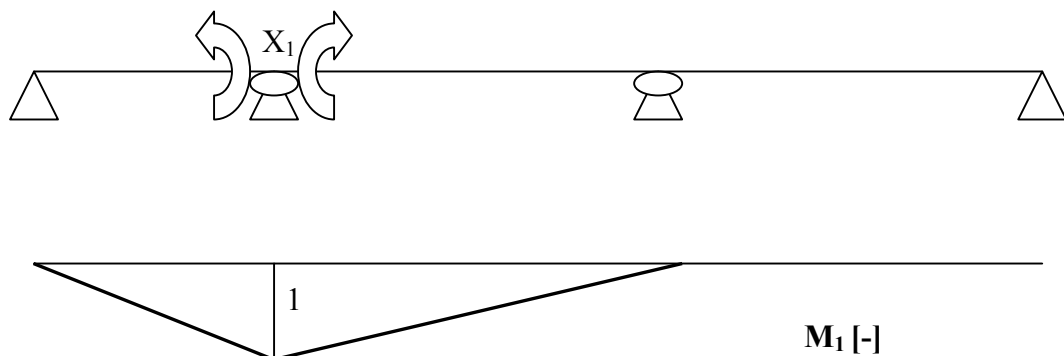
$$\delta_{21} * x_1(x) + \delta_{22} * x_2(x) + \delta_{2p}(x) = 0$$

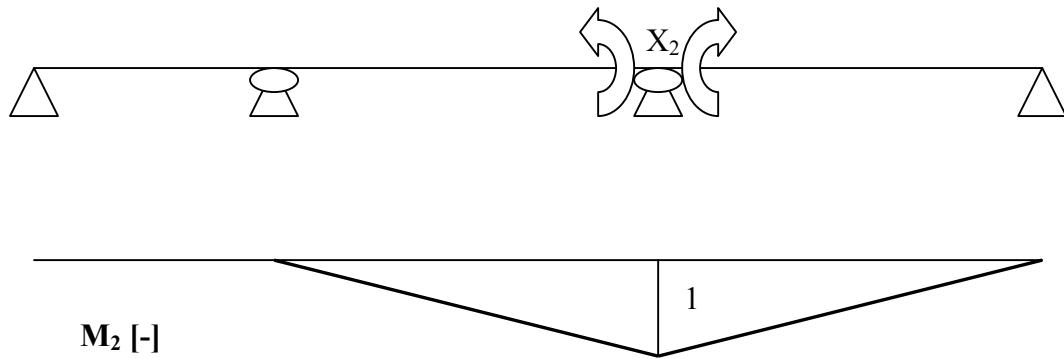
$$\delta_{ik} = \int M_i * M_k / EI * dx$$

$$\delta_{ik} = \delta_{ki}$$

4. Sporządzamy wykresy momentów dla stanów X_1 i X_2

stan X_1



stan X_2 

$$\delta_{11} = 1/EI (0,5*1*8,8*2/3*1 + 1/1,1*0,5*1*11*2/3*1) = 6,2666/EI$$

$$\delta_{12} = 1/EI (1/1,1*0,5*1*11*1/3*1) = 1,6667/EI$$

$$\delta_{22} = 1/EI*2/1,1 (0,5*1*11*2/3*1) = 6,6667/EI$$

5. Obliczamy δ_{1p} i δ_{2p} w przedziałach AB, BC, CD korzystając z tw. Maxwella:

$$\delta_{ip}(x) = \delta_{pi}(x) = v_i(x)$$

$\delta_{1p}(x)$

<AB>

EI

$$M_1^{AB}(x) = x_1/8,8$$

$$EI d^2v_1/dx^2 = -M_1^{AB}(x)$$

$$EI d^2v_1/dx^2 = -x_1/8,8 \quad / \int$$

$$EI dv_1/dx = -1/17,6 * x_1^2 + C$$

$$EI v_1 = -1/52,8 * x_1^3 + Cx_1 + D$$

Z war.brzeg.:

$$x_1=0 \rightarrow v_1=0 \text{ i } D=0$$

$$x_1=8,8 \rightarrow v_1=0 \text{ i } C=1,47$$

<BC>

1,1EI

$$M_1^{BC}(x) = 1 - x_2/11$$

$$1,1EI d^2v_1/dx^2 = x_2/11 - 1$$

$$EI d^2v_1/dx^2 = x_2/12,1 - 0,91$$

$$EI dv_1/dx = x_2^2/24,2 - 0,91x_2 + C$$

$$EI v_1 = x_2^3/72,6 - 0,4545x_2 + Cx_2 + D$$

z war.brzeg.

$$x_2=0 \rightarrow v_1=0 \text{ i } D=0$$

$$x_2=11 \rightarrow v_1=0 \text{ i } C=3,3328$$

<CD>

1,1EI

$$M_1^{CD}(x) = 0$$

↓

$$EI v_1 = Cx_3 + D$$

$$C=0$$

$$D=0$$

$\delta_{2p}(x)$

$$M_2^{AB}(x) = 0$$

$$EI v_2 = Cx_1 + D$$

$$D=0$$

$$C=0$$

$$M_2^{BC}(x) = x_2/11$$

$$1,1EI d^2v_2/dx^2 = -x_2/11$$

$$EI dv_2/dx = -x_2^2/24,2 + C$$

$$EI v_2 = -x_2^3/72,6 + Cx_2 + D$$

$$x_2=0 \rightarrow v_2=0 \text{ i } D=0$$

$$x_2=11 \rightarrow v_2=0 \text{ i } C=1,67$$

$$M_2^{BC}(x) = 1 - x_3/11$$

$$1,1EI d^2v_1/dx^2 = x_2/11 - 1$$

$$EI d^2v_1/dx^2 = x_2/12,1 - 0,91$$

$$EIdv_1/dx = x_2^2/24,2 - 0,91x_2 + C$$

$$EIv_1 = x_2^3/72,6 - 0,45x_2 + Cx_2 + D$$

$$x_3=0 \rightarrow v_2=0 \text{ i } D=0$$

$$x_3=11 \rightarrow v_2=0 \text{ i } C=3,3328$$

$$EI \cdot \delta_{1p}(\mathbf{x}) = \begin{cases} -1/52,8 \cdot x_1^3 + 1,47x_1 & \langle AB \rangle \\ x_2^3/72,6 - 0,4545x_2 + 33328x_2 & \langle BC \rangle \\ 0 & \langle CD \rangle \end{cases}$$

$$EI \cdot \delta_{2p}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & \langle AB \rangle \\ -x_2^3/72,6 + 1,67x_2 & \langle BC \rangle \\ x_2^3/72,6 - 0,4545x_2 + 3,3328x_2 & \langle CD \rangle \end{cases}$$

6. Mając policzone $\delta_{1p}(\mathbf{x})$ i $\delta_{2p}(\mathbf{x})$ możemy napisać równania linii wpływowych momentów: $X_1(x)$ i $X_2(x)$

$$X_1(x) = W_1/W$$

$$X_2(x) = W_2/W$$

$$W = \delta_{11} \cdot \delta_{22} - \delta_{12}^2$$

$$W_1 = -\delta_{22} \cdot \delta_{1p}(x) + \delta_{12} \cdot \delta_{2p}(x)$$

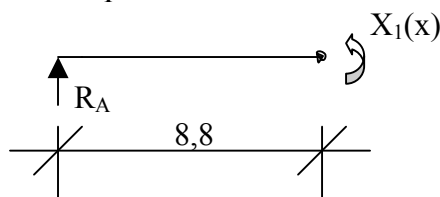
$$W_2 = -\delta_{11} \cdot \delta_{2p}(x) + 2\delta_{21} \cdot \delta_{1p}(x)$$

7. Rozpisujemy linie wpływowe reakcji: R_A, R_B, R_C, R_D

$$\begin{aligned} R_A^n(x) &= R_A^{(x1=1)} \cdot X_1(x) + R_A^{(x2=1)} \cdot X_2(x) + R_A^{(0)}(x) \\ R_B^n(x) &= R_B^{(x1=1)} \cdot X_1(x) + R_B^{(x2=1)} \cdot X_2(x) + R_B^{(0)}(x) \\ R_C^n(x) &= R_C^{(x1=1)} \cdot X_1(x) + R_C^{(x2=1)} \cdot X_2(x) + R_C^{(0)}(x) \\ R_D^n(x) &= R_D^{(x1=1)} \cdot X_1(x) + R_D^{(x2=1)} \cdot X_2(x) + R_D^{(0)}(x) \end{aligned}$$

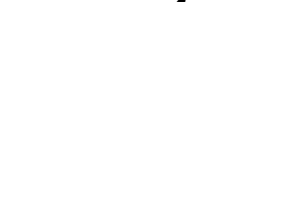
R_A

Stan X_1



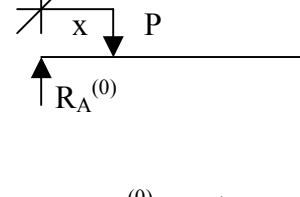
$$R_A = X_1(x)/8,8$$

stan X_2



$$R_A = 0$$

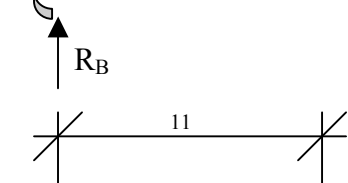
stan P



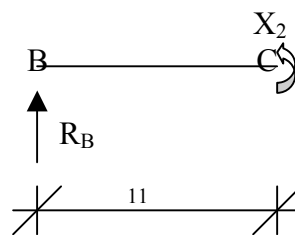
$$\begin{aligned} R_A^{(0)} &= 1 - x/8,8 & \langle AB \rangle \\ R_A^{(0)} &= 0 & \langle BC \rangle \\ R_A^{(0)} &= 0 & \langle CD \rangle \end{aligned}$$

R_B

$X \curvearrowright B$ ————— C



$$\text{dla } \langle AB \rangle \rightarrow R_B = -X_1(x)/8,8$$



$$R_B = X_2(x)/11$$

$$\begin{aligned} R_B &= x/8,8 & \langle AB \rangle \\ R_B &= -x/11 + 1 & \langle BC \rangle \\ R_B &= 0 & \langle CD \rangle \end{aligned}$$

dla $\langle BC \rangle \rightarrow R_B = -X_1(x)/11$
 stan X_1

R_C

$$R_C = X_1/11$$

R_D

$$R_D = 0$$

stan X_2

$$\begin{aligned} \text{dla } \langle BC \rangle &\rightarrow R_C = -X_2/11 \\ \text{dla } \langle CD \rangle &\rightarrow R_C = -X_2/11 \end{aligned}$$

$$R_D = X_2/11$$

stan P

$$\begin{aligned} R_C &= 0 &<AB> \\ R_C &= X/11 &<BC> \\ R_C &= -X/11+1 &<CD> \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} R_D &= 0 &<AB> \\ R_D &= 0 &<BC> \\ R_D &= X/11 &<CD> \end{aligned}$$

	X_1	X_2
R_A	1/8,8	0
R_B	-0,2045	1/11
R_C	1/11	-2/11
R_D	0	1/11
$T\alpha$	-1/11	1/11
$M\alpha$	$R_C * 6,6 = 0,6$	$R_B * 4,4 = 0,4$

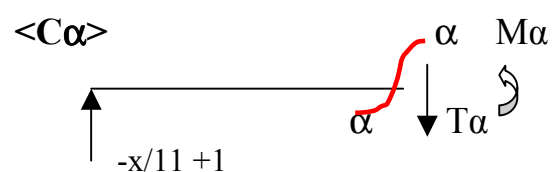
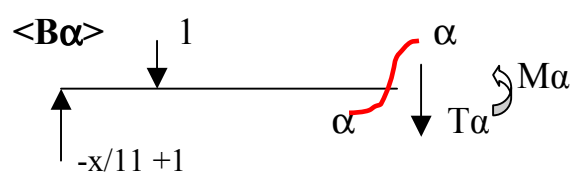
Stan P

R_A^0	R_B^0	R_C^0	R_D^0	
$1 - \frac{x_1}{8,8}$	$\frac{x_1}{8,8}$	0	0	$\langle A;B \rangle$
0	$1 - \frac{x_2}{11}$	$\frac{x_2}{11}$	0	$\langle B;C \rangle$
0	0	$1 - \frac{x_3}{11}$	$\frac{x_3}{11}$	$\langle C;D \rangle$

8. Przekrój α - α

$$T\alpha^{(n)} = T\alpha^{x_1=1} \cdot x_1(x) + T\alpha^{x_2=1} \cdot x_2(x) + T\alpha^{(0)}(x)$$

$$M\alpha^{(n)} = M\alpha^{x_1=1} \cdot x_1(x) + M\alpha^{x_2=1} \cdot x_2(x) + M\alpha^{(0)}(x)$$



	$\langle A;B \rangle$	$\langle B;\alpha \rangle$	$\langle \alpha;C \rangle$	$\langle C;D \rangle$
$T\alpha^0(x)$	0	$-\frac{x}{11}$	$1-\frac{x}{11}$	0
$M\alpha^0(x)$	0	0,6x	4,4-0,4x	0

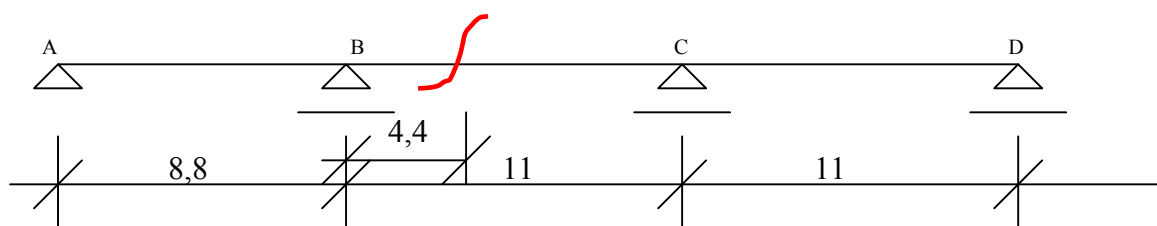
8. Wyniki:

x	x.obl	R _{A0} [-]	R _{B0} [-]	R _{C0} [-]	R _{D0} [-]	T α 0 [-]	M α 0 [-]
0	0	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1,1	1,1	0,875	0,125	0,000	0,000	0,000	0,000
2,2	2,2	0,750	0,250	0,000	0,000	0,000	0,000
3,3	3,3	0,625	0,375	0,000	0,000	0,000	0,000
4,4	4,4	0,500	0,500	0,000	0,000	0,000	0,000
5,5	5,5	0,375	0,625	0,000	0,000	0,000	0,000
6,6	6,6	0,250	0,750	0,000	0,000	0,000	0,000
7,7	7,7	0,125	0,875	0,000	0,000	0,000	0,000
8,8	8,8	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9,9	1,1	0,000	0,900	0,100	0,000	-0,100	0,660
11	2,2	0,000	0,800	0,200	0,000	-0,200	1,320
12,1	3,3	0,000	0,700	0,300	0,000	-0,300	1,980
13,2	4,4	0,000	0,600	0,400	0,000	-0,400	2,640
13,2001	4,4001	0,000	0,600	0,400	0,000	0,600	2,640
14,3	5,5	0,000	0,500	0,500	0,000	0,500	2,200
15,4	6,6	0,000	0,400	0,600	0,000	0,400	1,760
16,5	7,7	0,000	0,300	0,700	0,000	0,300	1,320
17,6	8,8	0,000	0,200	0,800	0,000	0,200	0,880
18,7	9,9	0,000	0,100	0,900	0,000	0,100	0,440
19,8	11	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000
20,9	1,1	0,000	0,000	0,900	0,100	0,000	0,000
22	2,2	0,000	0,000	0,800	0,200	0,000	0,000
23,1	3,3	0,000	0,000	0,700	0,300	0,000	0,000
24,2	4,4	0,000	0,000	0,600	0,400	0,000	0,000
25,3	5,5	0,000	0,000	0,500	0,500	0,000	0,000
26,4	6,6	0,000	0,000	0,400	0,600	0,000	0,000
27,5	7,7	0,000	0,000	0,300	0,700	0,000	0,000
28,6	8,8	0,000	0,000	0,200	0,800	0,000	0,000
29,7	9,9	0,000	0,000	0,100	0,900	0,000	0,000
30,8	11	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000

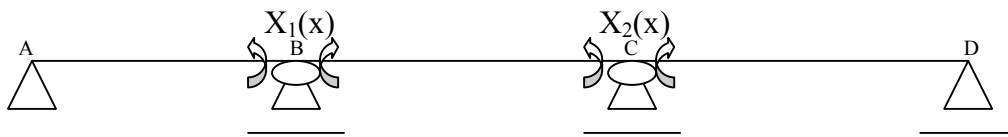
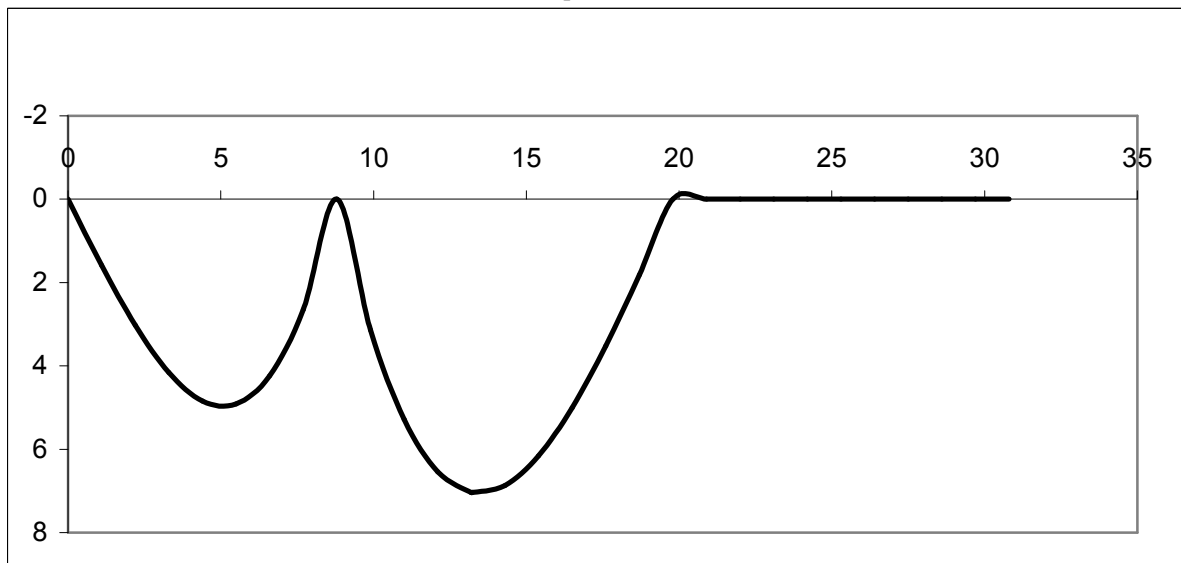
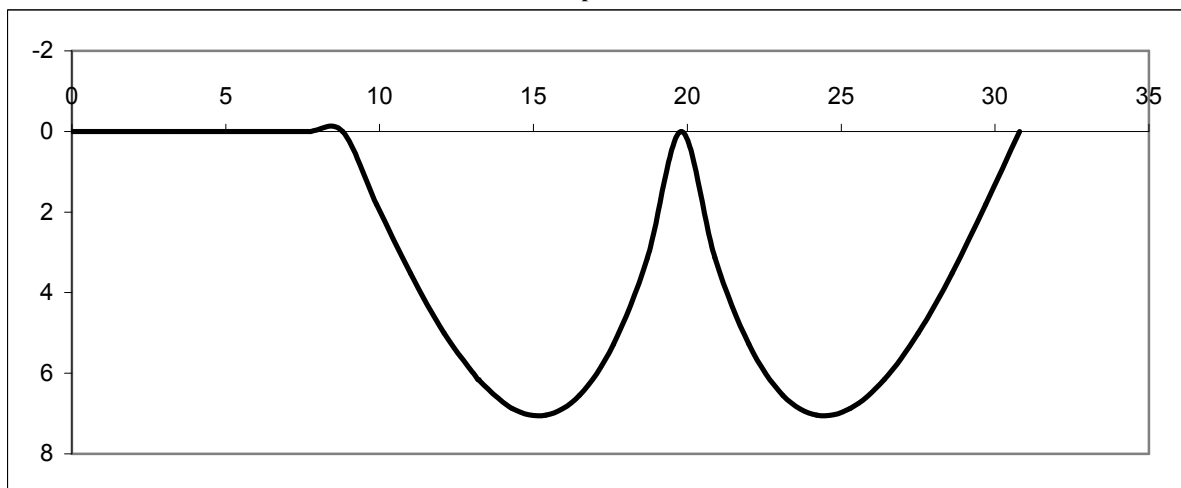
δ_{11}	6,2666
δ_{12}	1,6667
δ_{22}	6,6667
W	38,9997

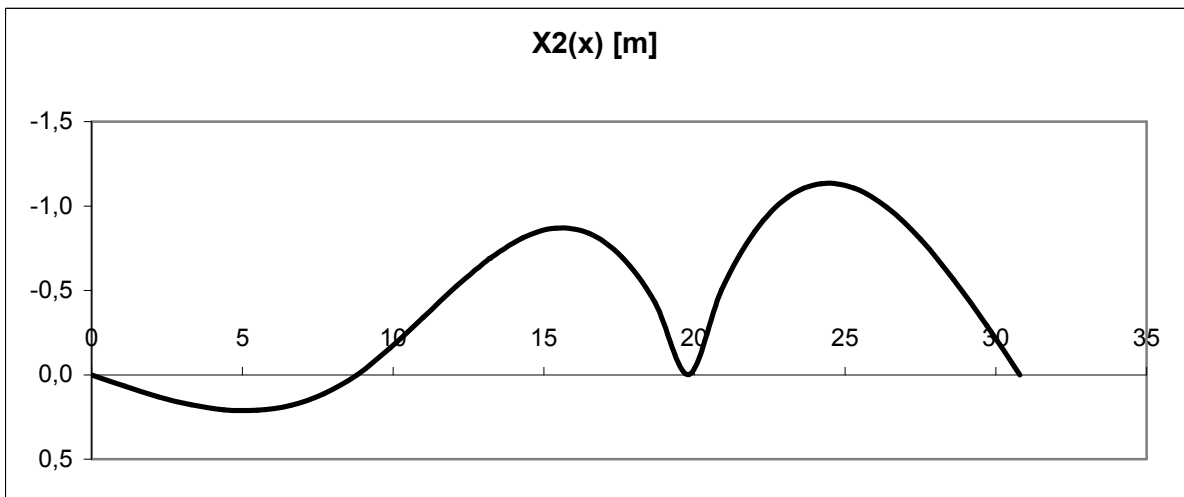
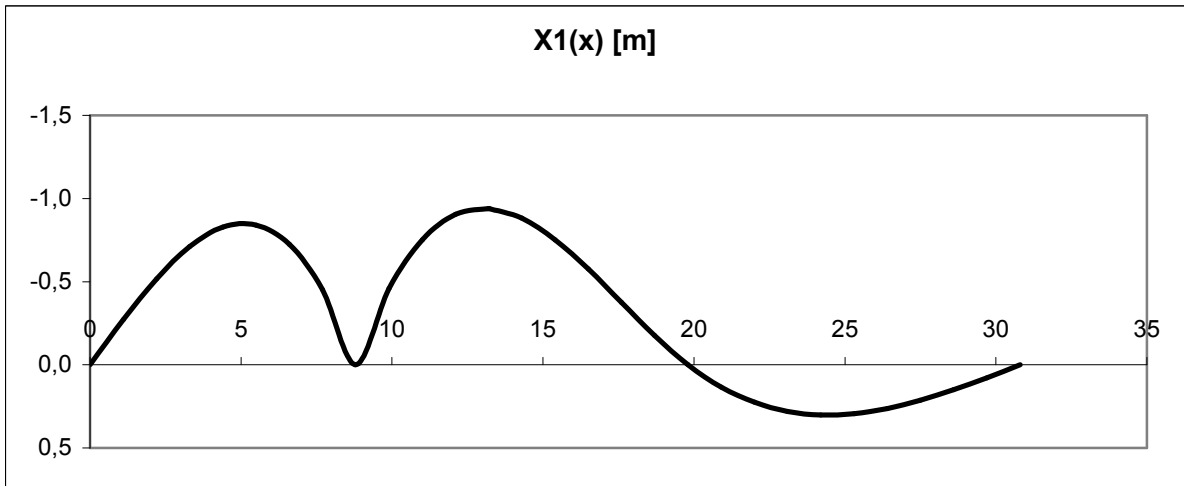
X	$\delta_{1p}(x)$	$\delta_{2p}(x)$	$X_1(x)$	$X_2(x)$	$R_a(x)$	$R_b(x)$	$R_c(x)$	$R_d(x)$	$T_\alpha(x)$	$M_\alpha(x)$
0	0,000	0	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
1,1	1,588	0	-0,271	0,068	0,844	0,187	-0,037	0,006	0,031	-0,136
2,2	3,025	0	-0,517	0,129	0,691	0,368	-0,071	0,012	0,059	-0,259
3,3	4,159	0	-0,711	0,178	0,544	0,537	-0,097	0,016	0,081	-0,356
4,4	4,840	0	-0,827	0,207	0,406	0,688	-0,113	0,019	0,094	-0,414
5,5	4,916	0	-0,840	0,210	0,280	0,816	-0,115	0,019	0,095	-0,420
6,6	4,235	0	-0,724	0,181	0,168	0,915	-0,099	0,016	0,082	-0,362
7,7	2,647	0	-0,453	0,113	0,074	0,978	-0,062	0,010	0,051	-0,226
8,8	0,000	0	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000	0,000	0,000
9,9	3,134	1,815	-0,458	-0,158	-0,046	0,979	0,087	-0,014	-0,073	0,322
11	5,279	3,520	-0,752	-0,340	-0,075	0,923	0,193	-0,031	-0,163	0,733
12,1	6,544	5,005	-0,905	-0,525	-0,090	0,837	0,313	-0,048	-0,265	1,227
13,2	7,039	6,160	-0,940	-0,689	-0,094	0,730	0,440	-0,063	-0,377	1,800
13,2001	7,039	6,160	-0,940	-0,689	-0,094	0,730	0,440	-0,063	0,623	1,800
14,3	6,873	6,875	-0,881	-0,811	-0,088	0,607	0,567	-0,074	0,506	1,347
15,4	6,158	7,040	-0,752	-0,868	-0,075	0,475	0,689	-0,079	0,389	0,962
16,5	5,004	6,545	-0,576	-0,838	-0,058	0,342	0,800	-0,076	0,276	0,639
17,6	3,519	5,280	-0,376	-0,698	-0,038	0,213	0,893	-0,063	0,171	0,375
18,7	1,814	3,135	-0,176	-0,426	-0,018	0,097	0,961	-0,039	0,077	0,164
19,8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	-0,000	0,000
20,9	0	3,134	0,134	-0,504	0,013	-0,073	1,004	0,054	-0,058	-0,121
22	0	5,279	0,226	-0,848	0,023	-0,123	0,975	0,123	-0,098	-0,204
23,1	0	6,544	0,280	-1,051	0,028	-0,153	0,917	0,204	-0,121	-0,253
24,2	0	7,039	0,301	-1,131	0,030	-0,164	0,833	0,297	-0,130	-0,272
25,3	0	6,873	0,294	-1,104	0,029	-0,160	0,728	0,400	-0,127	-0,266
26,4	0	6,158	0,263	-0,990	0,026	-0,144	0,604	0,510	-0,114	-0,238
27,5	0	5,004	0,214	-0,804	0,021	-0,117	0,466	0,627	-0,093	-0,193
28,6	0	3,519	0,150	-0,565	0,015	-0,082	0,316	0,749	-0,065	-0,136
29,7	0	1,814	0,078	-0,292	0,008	-0,042	0,160	0,873	-0,034	-0,070
30,8	0	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,000	0,000	0,000

LINIE WPLYWOWE W BELCE CIAGLEJ

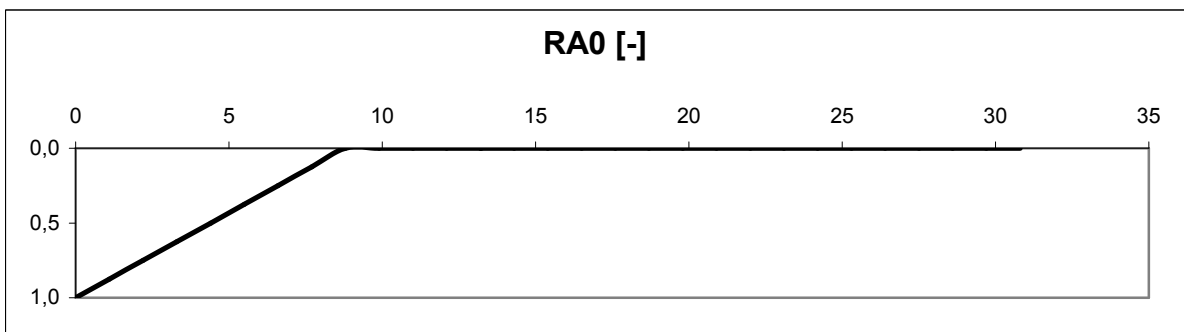


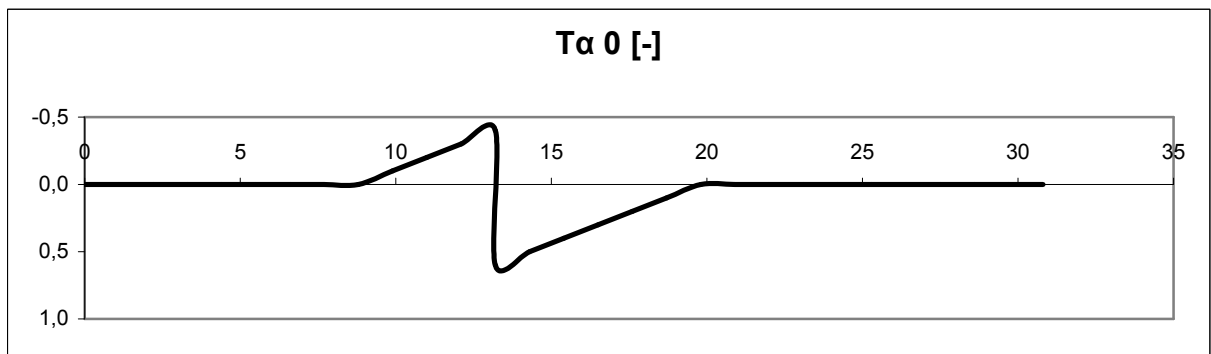
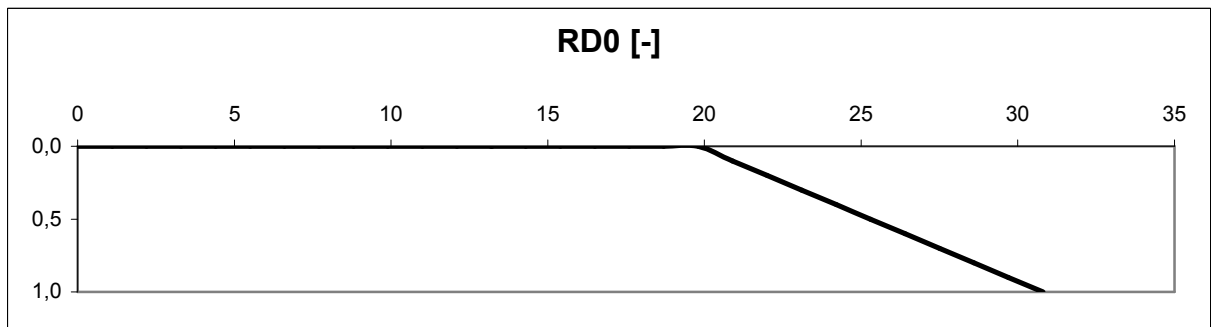
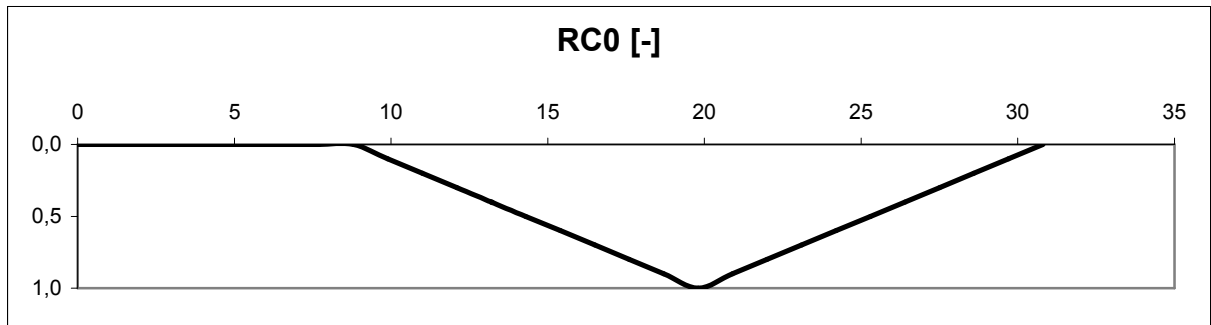
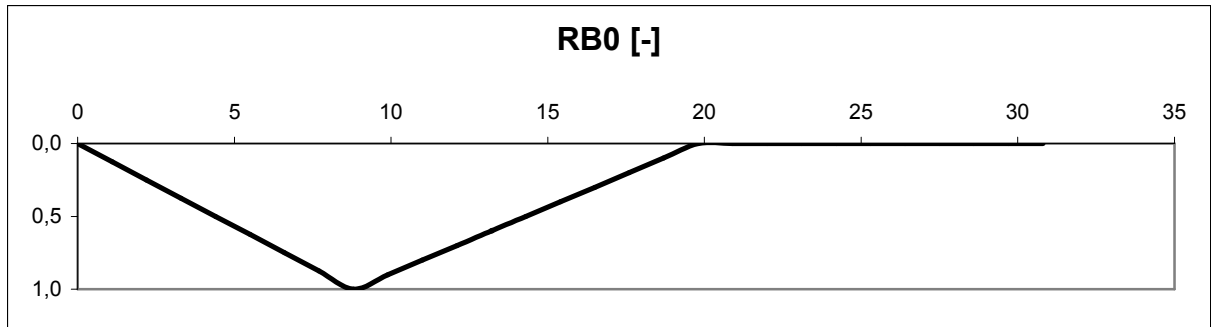
UKŁAD PODSTAWOWY

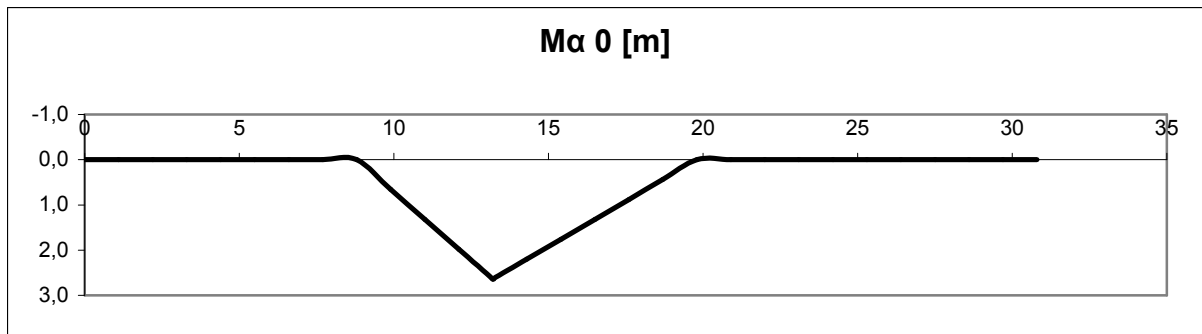
 $\delta_{1p}(x)$ [1/EI] $\delta_{2p}(x)$ [1/EI]



Linie wpływowe w układzie podstawowym







Linie wpływowe w układzie rzeczywistym

