

DYNAMIKA KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

Roman Lewandowski

Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań 2006

Książka jest przeznaczona dla studentów wydziałów budownictwa oraz inżynierów budowlanych zainteresowanych dynamiką budowli. Może być także przydatna doktorantom i pracownikom naukowym, ponieważ zawiera opis szeregu zagadnień i metod, które wykraczają poza ramy standardowego wykładu z dynamiki konstrukcji. Dotyczy to m.in. opisu pasywnych, aktywnych i półaktywnych metod redukcji drgań, analizy drgań własnych tłumionych oraz analizy wrażliwości częstości i postaci drgań na zmianę parametrów projektowych.

Ponadto w podręczniku omówiono podstawowe prawa i pojęcia dynamiki oraz macierzowe metody analizy dynamicznej konstrukcji. Opisano modele matematyczne dyskretnych układów drgających o jednym i wielu stopniach swobody oraz metody ich analizy w dziedzinie czasu i częstotliwości. Omówiono metody rozwiązywania problemów własnych, w tym także problemów o bardzo dużych wymiarach. Opisano modele tłumienia, metody redukcji bazy oraz macierzowe sformułowanie równań ruchu fundamentów blokowych. Za pomocą metody elementów skończonych sformułowano równania ruchu konstrukcji prętowych traktowanych jako układy z ciągłym rozkładem masy. Opisano różnorodne prętowe elementy skończone. Każdy rozdział zawiera przykłady uzupełniające rozważania teoretyczne i umożliwiające ich pełniejsze zrozumienie.

SPIS TREŚCI

Przedmowa	9
1. Wstęp	13
1.1. Wprowadzenie	13
1.2. Stopnie dynamicznej swobody	14
1.3. Siły działające na konstrukcje	16
1.3.1. Siły zewnętrzne	16
1.3.2. Siły sprężystego oddziaływania	16
1.3.3. Siły bezwładności	21
1.3.4. Siły tłumienia, podstawowe modele tłumienia	21
1.4. Podstawowe prawa dynamiki	22
1.4.1. Drugie prawo Newtona	22
1.4.2. Zasada d'Alemberta i zasada pracy wirtualnej	23
1.4.3. Równania Lagrange'a	25
1.4.4. Zasada Hamiltona	29
Literatura	31
2. Dynamika układu o jednym stopniu swobody	32
2.1. Równanie ruchu układu o jednym stopniu swobody	32
2.2. Drgania swobodne nietłumione	34
2.2.1. Rozwiązanie równania drgań swobodnych nietłumionych	34
2.2.2. Częstość drgań własnych i okres drgań	35
2.2.3. Amplituda drgań	36
2.3. Drgania swobodne tłumione	37
2.3.1. Równanie ruchu tłumionego i jego rozwiązanie	37
2.3.2. Tłumienie krytyczne, bezwymiarowy współczynnik tłumienia, ruch układu krytycznie tłumionego	38
2.3.3. Ruch układu nadkrytycznie tłumionego	39
2.3.4. Drgania swobodne układu podkrytycznie tłumionego	40
2.3.5. Logarytmiczny dekrement tłumienia	42
2.3.6. Energia układu	43
2.4. Drgania harmonicznie wymuszone	44
2.4.1. Drgania nietłumione harmonicznie wymuszone	44
2.4.2. Drgania tłumione harmonicznie wymuszone	46
2.4.3. Analiza drgań ustalonych za pomocą zmiennych zespolonych	51
2.4.4. Wyznaczanie tłumienia na podstawie krzywej rezonansowej	53
2.4.5. Energia rozpraszana w trakcie drgań ustalonych	55
2.4.6. Zastępczy współczynnik tłumienia wiskotycznego	56
2.4.7. Drgania wymuszane siłą odśrodkową	57
2.4.8. Drgania ustalone wywołane wymuszeniem kinematycznym	59
2.4.9. Współczynnik przekazywania drgań	61

2.5. Drgania wywołane obciążeniem okresowym	64
2.5.1. Rozwinięcie funkcji okresowych w szereg Fouriera	64
2.5.2. Odpowiedź układu na wymuszenie okresowe	66
2.6. Drgania wywołane dowolnym obciążeniem	67
2.6.1. Impuls siły, impulsowa funkcja przejścia i całka Duhamela	67
2.6.2. Obliczanie całki Duhamela	70
2.7. Numeryczne całkowanie równania ruchu	72
2.7.1. Metoda Newmarka	72
2.7.2. Stabilność i dokładność metod numerycznego całkowania	76
2.8. Równanie stanu i jego rozwiązanie	81
2.9. Impulsowa funkcja przejścia i funkcja przenoszenia oraz ich relacje	83
2.10. Bilans energii	87
Literatura	89
3. Równania ruchu układów dyskretnych	90
3.1. Stopnie dynamicznej swobody układów dyskretnych	90
3.2. Równania ruchu układów dyskretnych z masami skupionymi	95
3.2.1. Zastosowanie równań Lagrange'a do wyprowadzania równań ruchu	95
3.2.2. Zastosowanie współczynników podatności do wyprowadzenia równań ruchu	98
3.2.3. Zastosowanie współczynników sztywności do wyprowadzenia równań ruchu	104
3.3. Prosty model dynamiczny budynku – rama ścinana	113
3.4. Uwzględnienie sił tłumienia	118
3.5. Równania ruchu wyrażone za pomocą zmiennych stanu	118
Literatura	119
4. Drgania swobodne układów dyskretnych	120
4.1. Drgania swobodne nietłumione	120
4.1.1. Częstości i postaci drgań własnych	120
4.1.2. Warunki ortogonalności i normowanie postaci drgań	125
4.1.3. Jakościowa analiza problemu własnego – iloraz Rayleigha	128
4.1.4. Analiza wrażliwości częstości drgań własnych na zmianę parametrów projektowych	133
4.2. Drgania swobodne tłumione	144
4.2.1. Wprowadzenie	144
4.2.2. Rozwiązanie równań ruchu zapisanych we współrzędnych fizycznych	145
4.2.3. Rozwiązanie równania ruchu zapisanego za pomocą zmiennych stanu	147
4.2.4. Ortogonalność wektorów własnych	149
4.2.5. Wartości własne a częstości drgań i bezwymiarowe współczynniki tłumienia	155
4.2.6. Drgania własne tłumione – macierz tłumienia proporcjonalnego ...	160
4.2.7. Analiza wrażliwości wartości i wektorów własnych układu tłumionego	161
Literatura	164

5. Metody rozwiązywania problemów własnych	165
5.1. Wprowadzenie	165
5.2. Sprowadzanie uogólnionego problemu własnego do problemu standardowego	166
5.3. Uogólniona metoda Jacobiego	167
5.4. Metoda odwrotnej iteracji wektorowej	173
5.5. Metoda przeszukiwania wyznacznika	181
5.6. Metoda Rayleigha-Ritza	184
5.7. Metoda podprzestrzennych iteracji	188
5.8. Metoda Lanczosa	192
5.9. Metody rozwiązywania problemu własnego związanego z drganiami tłumionymi	195
Literatura	200
6. Modele tłumienia	201
6.1. Wprowadzenie	201
6.2. Tłumienie wiskotyczne	202
6.3. Tłumienie zespolone	211
Literatura	213
7. Drgania wymuszone układów o wielu stopniach swobody	214
7.1. Wprowadzenie	214
7.2. Metoda modalna	215
7.2.1. Klasyczna transformacja własna	215
7.2.2. Transformacja własna równań stanu	218
7.2.3. Algorytm metody modalnej	219
7.3. Drgania harmonicznie wymuszone	220
7.3.1. Analiza drgań ustalonych metodą bezpośrednią	220
7.3.2. Zjawisko rezonansu, krzywa rezonansowa	223
7.3.3. Analiza drgań ustalonych metodą modalną	225
7.3.4. Zastosowanie zmiennych zespolonych	227
7.3.5. Zastosowanie zespolonych wektorów własnych do analizy drgań ustalonych	229
7.4. Zastosowanie metod numerycznego całkowania do analizy drgań wymuszonych	230
7.4.1. Wprowadzenie	230
7.4.2. Metoda różnic skończonych	231
7.4.3. Metoda Newmarka	233
7.4.4. Metoda Wilsona	235
7.4.5. Metoda Houbolta	237
7.4.6. Całkowanie równań stanu	238
Literatura	239
8. Metody redukcji bazy	240
8.1. Wprowadzenie	240
8.2. Kondensacja statyczna i redukcja stopni dynamicznej swobody metodą Guyana	241
8.3. Metoda modalna jako wariant metody redukcji bazy	247

8.4. Metoda przyspieszeń modalnych	254
8.5. Metoda redukcji bazy Wilsona	257
Literatura	263
9. Zastosowanie metody elementów skończonych w dynamice konstrukcji prętowych	264
9.1. Ogólny opis metody elementów skończonych	264
9.2. Analiza dynamiczna prętowych elementów skończonych	266
9.2.1. Zastosowanie równania pracy wirtualnej do analizy dynamicznej elementu prętowego	266
9.2.2. Zastosowanie metody energetycznej do analizy dynamicznej elementu prętowego	273
9.2.3. Interpretacja fizyczna elementów macierzy mas i sztywności	274
9.2.4. Macierz mas granulowanych i uśredniona macierz mas	277
9.2.5. Transformacje parametrów węzłowych elementu skończonego	278
9.2.6. Macierze mas i sztywności wybranych elementów skończonych ..	280
9.3. Równania ruchu konstrukcji	296
Literatura	310
10. Drgania układów prętowych z ciągłym rozkładem masy	311
10.1. Wprowadzenie	311
10.2. Równania ruchu pręta pryzmatycznego	311
10.2.1. Równania nietłumionych drgań poprzecznych i podłużnych	311
10.2.2. Równanie drgań poprzecznych uwzględniające wpływ tłumienia	313
10.2.3. Równanie drgań poprzecznych pręta uwzględniające wpływ bezwładności obrotowej i odkształceń postaciowych	314
10.2.4. Równanie drgań poprzecznych uwzględniające wpływ dużych sił osiowych	316
10.2.5. Równanie drgań poprzecznych belki ścinanej	316
10.2.6. Równanie drgań skrętnych pręta pryzmatycznego	318
10.2.7. Wariacyjne sformułowanie problemu drgań poprzecznych pręta	319
10.3. Drgania swobodne pręta pryzmatycznego	321
10.3.1. Drgania podłużne pręta	321
10.3.2. Drgania poprzeczne pręta	323
10.3.3. Wpływ odkształceń postaciowych i bezwładności obrotowej na częstości i postaci drgań własnych pręta	329
10.3.4. Wpływ siły normalnej na częstości i postaci drgań własnych	333
10.3.5. Częstości i postaci drgań skrętnych	335
10.3.6. Warunki ortogonalności postaci drgań	336
10.4. Drgania wymuszone prętów prostych	339
10.5. Analiza konstrukcji prętowych traktowanych jako układy ciągłe	343
10.5.1. Wprowadzenie	343
10.5.2. Macierze sztywności dynamicznej pręta	344
10.5.3. Nietłumione drgania własne konstrukcji prętowych	352
Literatura	358

11. Modele dynamiczne fundamentów blokowych	359
11.1. Wprowadzenie	359
11.2. Równania ruchu fundamentu blokowego opartego na wibroizolatorach	360
11.3. Równania ruchu fundamentu blokowego opartego na gruncie	374
11.3.1. Charakterystyki podłoża gruntowego	374
11.3.2. Wypadkowe siły odporu podłoża wieloparametrowego	375
11.3.3. Równania ruchu bryły spoczywającej na podłożu Winklera	379
11.3.4. Uprozczone wersje równań ruchu fundamentu blokowego	380
Literatura	383
12. Pasywna redukcja drgań	384
12.1. Uwagi ogólne o metodach redukcji drgań	384
12.2. Redukcja drgań za pomocą tłumików wiskotycznych	385
12.2.1. Opis wybranych tłumików wiskotycznych	385
12.2.2. Równania ruchu konstrukcji z tłumikami wiskotycznymi	389
12.2.3. Rozwiązywanie równań ruchu	394
12.3. Tłumiki lepkosprężyste	399
12.3.1. Wprowadzenie	399
12.3.2. Opis właściwości i modele materiałów lepkosprężystych	400
12.3.3. Analiza dynamiczna ram z zainstalowanymi tłumikami lepkosprężystymi	405
12.3.4. Uwagi o projektowaniu tłumików drgań	408
12.4. Dynamiczne tłumiki drgań	411
12.4.1. Wprowadzenie	411
12.4.2. Analiza dynamicznego tłumika drgań	412
12.4.3. Projektowanie dynamicznego tłumika drgań	417
Literatura	423
13. Aktywna redukcja drgań	425
13.1. Uwagi ogólne	425
13.2. Równanie ruchu i jego rozwiązanie	428
13.3. Metody aktywnej redukcji drgań	430
13.3.1. Uwagi o jakościowych efektach aktywnej redukcji drgań	430
13.3.2. Metoda liniowych regulatorów kwadratowych (LQR)	431
13.3.3. Metoda oparta na twierdzeniu Lapunowa o stabilności ruchu	436
13.3.4. Metoda liniowych regulatorów kwadratowych – sformułowanie dyskretno-czasowe	437
13.3.5. Metoda natychmiastowej regulacji optymalnej – sformułowanie dyskretno-czasowe	441
13.3.6. Regulacja optymalna na podstawie bezpośrednio mierzonych składowych wektora stanu	444
13.3.7. Uwagi o innych metodach aktywnej regulacji	446
13.4. Metody rozwiązywania równania Riccatiego i równania Lapunowa	446
13.4.1. Rozwiązanie równania Riccatiego metodą Pottera	446
13.4.2. Rozwiązanie równania Riccatiego metodą Kleinmana	449
13.4.3. Analityczne rozwiązanie równania Riccatiego	450

13.4.4. Rozwiązanie równania Riccatiego dla sformułowania dyskretno-czasowego	452
13.4.5. Rozwiązanie równania Lapunowa	452
13.5. Ocena efektywności układu redukcji drgań	454
13.5.1. Bilans energii	454
13.5.2. Oszacowanie efektywności układów regulacji na podstawie bezwymiarowych współczynników tłumienia	456
13.6. Właściwości układu aktywnej redukcji drgań	457
13.6.1. Stabilność ruchu konstrukcji z aktywnym układem redukcji drgań	457
13.6.2. Sterowalność i obserwowalność układu aktywnej regulacji drgań	459
13.7. Wyniki przykładowych obliczeń	463
13.8. Zalety i wady układów aktywnej redukcji drgań	466
Literatura	467
14. Półaktywna redukcja drgań	470
14.1. Uwagi ogólne o metodach półaktywnej redukcji drgań	470
14.2. Opis działania półaktywnych tłumików drgań	471
14.2.1. Półaktywny tłumik hydrauliczny	471
14.2.2. Półaktywny tłumik zmieniający sztywność konstrukcji	474
14.2.3. Tłumik resetowany	476
14.2.4. Półaktywne tłumiki magnetoreologiczne	477
14.3. Porównanie efektywności tłumików pasywnego i półaktywnego	482
14.4. Metody półaktywnej redukcji drgań	489
14.4.1. Projektowanie układu półaktywnej redukcji drgań ze wzбудnikiem hydraulicznym	489
14.4.2. Projektowanie układu półaktywnej redukcji drgań ze wzбудnikiem o zmiennej sztywności i ze wzбудnikiem wiskotycznym – metoda Lapunowa	490
14.4.3. Projektowanie tłumika resetowanego	491
14.5. Wyniki przykładowych obliczeń	493
Literatura	496
Indeks	499