

Roman LEWANDOWSKI  
Bartosz CHORAŻYCZEWSKI

## OPTYMALNE ROZMIESZCZANIE TŁUMIKÓW WISKOTYCZNYCH

### 1. Wstęp

Stała tendencja zmierzająca do ekonomicznego projektowania konstrukcji przy użyciu nowoczesnych materiałów o podwyższonych cechach mechanicznych sprawia, że konstrukcje są często wrażliwe na działanie obciążeń dynamicznych. Nadmierne drgania konstrukcji można zmniejszyć, stosując różne metody, które można podzielić na metody pasywne, aktywne i półaktywne [1]. Pasywne metody redukcji drgań polegają na wmontowaniu w konstrukcję tłumików drgań, których zadaniem jest rozpraszanie energii mechanicznej dostarczanej przez siły wymuszające. Istotną cechą pasywnych tłumików drgań jest to, że nie wymagają one, w odróżnieniu od tłumików aktywnych lub półaktywnych, monitorowania stanu dynamicznego konstrukcji i istnienia źródła energii warunkującego pracę tłumika. Przegląd różnorodnych metod redukcji drgań, stosowanych w budownictwie tłumików drgań oraz zasad analizy i projektowania można znaleźć w pracach [1, 2].

W niniejszej pracy opisano wyniki optymalizacji wiskotycznych tłumików drgań ze względu na ich rozmieszczenie na konstrukcji. Posłużono się metodą sekwencyjnej optymalizacji zaproponowaną w pracy [3]. W procesie optymalizacji poszukuje się takiego ustawienia tłumików, dla którego suma ważona bezwymiarowych współczynników tłumienia modalnego konstrukcji z wbudowanymi tłumikami drgań osiąga wartość maksymalną. Funkcja celu ma postać:

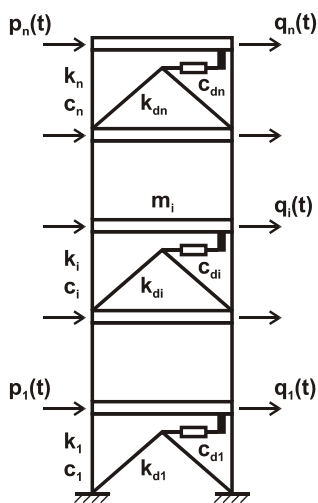
$$I = \sum_{i=1}^n \alpha_i \gamma_i, \quad (1)$$

gdzie symbolami  $\alpha_i$  oraz  $\gamma_i$  oznaczono odpowiednio współczynnik wagowy i bezwymiarowy współczynnik tłumienia postaci drgań o numerze  $i$ ;  $n$  jest liczbą stopni swobody dynamicznej konstrukcji.

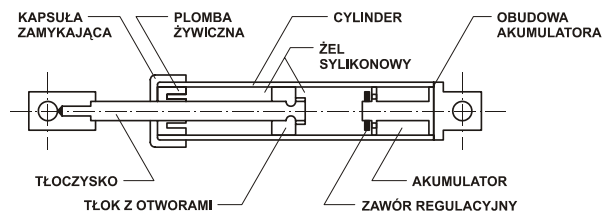
Prezentowane wyniki obliczeń prowadzą do wniosku, że optymalne rozmieszczenie tłumików w istotny sposób różni się od równomiernego rozmieszczenia na wysokości budynku, często intuicyjnie przyjmowanego przez projektantów. Jeżeli poziom tłumienia konstrukcji jest założony, to rozmieszczając tłumiki w optymalny sposób, można osiągnąć zamierzony efekt przy użyciu mniejszej liczby tłumików.

## 2. Model dynamiczny konstrukcji i równania ruchu

Modelem obliczeniowym konstrukcji jest rama ścinana traktowana jako układ płaski. Pod tym pojęciem rozumie się konstrukcję ramową, której rygle są traktowane jako elementy nieskończenie sztywne, masa ramy jest skoncentrowana na poziomie stropów, oraz pomija się odkształcalność osiową słupów. Rama jest obciążona poziomymi siłami działającymi na węzły ramy. Stopniami dynamicznej swobody ramy ścinanej są przemieszczenia poziome rygli. Schemat obliczeniowy ramy pokazano na rys. 1. Na rys. 2 pokazano przykładową konstrukcję wiskotycznego tłumika drgań.



Rys. 1. Schemat ramy



Rys. 2. Budowa tłumika drgań

Równanie ruchu ramy z zainstalowanymi tłumikami drgań ma postać:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K} \mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t) , \quad (2)$$

gdzie  $\mathbf{M}$  jest macierzą mas,  $\mathbf{K}$  jest macierzą sztywności,  $\mathbf{C}$  macierzą tłumienia,  $\mathbf{q}(t)$  wektorem przemieszczeń dynamicznych konstrukcji, a  $\mathbf{P}(t)$  wektorem sił wymuszających. Kropka oznacza pochodną względem czasu  $t$ .

Siły tłumienia są sumą sił tłumienia konstrukcji  $\mathbf{C}_k \dot{\mathbf{q}}(t)$  i sił tłumienia  $\mathbf{C}_t \dot{\mathbf{q}}(t)$  wywołanych przez tłumiki. Schemat budowy tłumika rozpatrywanego w tej pracy pokazano na rys. 2. Siłę tłumienia wywołwaną przez tłumik wiskotyczny wyznacza się ze wzoru:

$$f_t = c_d \dot{x} , \quad (3)$$

gdzie  $c_d$  jest współczynnikiem tłumienia, a  $\dot{x}$  prędkością względnego przemieszczenia tłoka tłumika względem jego obudowy.

Jeżeli sztywność ukośnych zastrzałów pokazanych na rys. 1 jest dużo większa od sztywności słupów, to siły wywołwane przez tłumiki można przedstawić w postaci  $\mathbf{C}_t \dot{\mathbf{q}}(t)$ , a macierz tłumienia  $\mathbf{C}$  jest sumą macierzy  $\mathbf{C}_k$  i  $\mathbf{C}_t$  (patrz [1]).

Macierz  $\mathbf{C}_t$  można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{C}_t = \sum_{j=1}^m \mathbf{C}_{dj} , \quad (4)$$

gdzie  $\mathbf{C}_{dj}$  jest macierzą tłumienia uwzględniającą wpływ tłumika o numerze  $j$ . Niech macierz  $\mathbf{C}_{dj}$  dotyczy tłumika o numerze  $j$  umieszczonego na kondygnacji  $i$ . Różne od zera są tylko cztery, niżej wymienione, elementy tej macierzy:

$$c_{i-1,i-1}^{dj} = c_{i,i}^{dj} = c_{dj} , \quad c_{i-1,i}^{dj} = c_{i,i-1}^{dj} = -c_{dj} , \quad (5)$$

gdzie symbolem  $c_{dj}$  oznaczono współczynnik tłumienia tłumika o numerze  $j$ .

Macierze  $\mathbf{K}$  i  $\mathbf{C}_k$  są macierzami trójdiagonalnymi o znanej postaci (patrz [1]).

Rama jest obciążona siłami wywoływanymi trzęsieniem ziemi lub siłami parasejsmicznymi. Siły te opisywane są wzorem (porównaj [4]):

$$\mathbf{P}(t) = -\mathbf{M} \mathbf{e} \ddot{q}_0(t) , \quad (6)$$

gdzie  $\ddot{q}_0(t)$  jest przyspieszeniem podstawy ramy, a  $\mathbf{e} = \text{col}(1, 1, \dots, 1)$ .

### 3. Wyznaczanie bezwymiarowych współczynników tłumienia i częstości drgań własnych układu wykonującego drgania własne tłumione

Rozwiązaniem równania (2) przy założeniu, że  $\tilde{\mathbf{P}}(t) = \mathbf{0}$  jest  $\mathbf{q}(t) = \mathbf{c} \exp(\lambda t)$ , gdzie  $\lambda$  jest nieznanym parametrem (wartością własną), a  $\mathbf{c}$  wektorem własnym. Po jego podstawieniu do równania (2) otrzymuje się równanie algebraiczne o postaci:

$$(\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{C} + \mathbf{K}) \mathbf{c} = \mathbf{0} . \quad (7)$$

Rozwiązaniem równania (7) jest  $2n$  wartości i wektorów własnych, które oznacza się symbolami  $\lambda_j$  oraz  $\mathbf{c}_j$ , ( $j=1, 2, \dots, 2n$ ). Wartości własne  $\lambda_j$  są liczbami zespolonymi, parami sprzężonymi lub liczbami rzeczywistymi. Jeżeli są to liczby zespolone, to można napisać:

$$\lambda_j = \mu_j + i \eta_j , \quad \lambda_{j+n} = \mu_j - i \eta_j , \quad (8)$$

gdzie symbol  $i^2 = -1$  oznacza jednostkę urojoną.

Pojęcia częstości i postaci drgań własnych tłumionych układu o wielu stopniach swobody oraz związane z nimi bezwymiarowe współczynniki tłumienia zostały zdefiniowane między innymi w pracy [1]. Częstości drgań własnych tłumionych i bezwymiarowe współczynniki tłumienia oblicza się w zależności od tego, czy wartości własne problemu (7) są liczbami zespolonymi, czy też liczbami rzeczywistymi.

Jeżeli wartości własne  $\lambda_j$  i  $\lambda_{j+n}$  są parą liczb zespolonych, sprzężonych, to:

$$\lambda_j = \mu_j + i \eta_j = -\gamma_j \omega_j + i \omega_j \sqrt{1 - \gamma_j^2} , \quad \lambda_{j+n} = \mu_j - i \eta_j = -\gamma_j \omega_j - i \omega_j \sqrt{1 - \gamma_j^2} , \quad (9)$$

a wielkości  $\gamma_j, \omega_j$  są interpretowane odpowiednio jako modalny (bezwymiarowy) współczynnik tłumienia i częstość drgań własnych tłumionych.

Po rozwiązaniu powyższych równań mamy:

$$\gamma_j = -\mu_j / \omega_j, \quad \omega_j^2 = \mu_j^2 + \eta_j^2. \quad (10)$$

Niekiedy wartości własne  $\lambda_j$  są liczbami rzeczywistymi. Wtedy mamy równania:

$$\lambda_j = -\gamma_j \omega_j + \omega_j \sqrt{\gamma_j^2 - 1}, \quad \lambda_{j+n} = -\gamma_j \cdot \omega_j - \omega_j \sqrt{\gamma_j^2 - 1}, \quad (11)$$

z których wynika, że

$$\omega_j = \sqrt{\lambda_j \cdot \lambda_{j+n}}, \quad \gamma_j = -(\lambda_j + \lambda_{j+n}) / (2\omega_j). \quad (12)$$

#### 4. Współczynniki wagowe funkcji celu

Współczynniki wagowe występujące w równaniu (1) mogą być przyjęte w sposób arbitralny. Przykładowo, jeżeli  $\alpha_1 = 1$ , a pozostałe współczynniki wagowe będą równe zeru, to będziemy rozmieszczać tłumiki tak, aby bezwymiarowy współczynnik tłumienia pierwszej postaci drgań osiągnął wartość maksymalną.

Współczynnik wagowy  $\alpha_i$  można również zdefiniować jako równy udziałowi postaci drgań o numerze  $i$  w wyrażeniu na wybraną wielkość  $\delta$  charakteryzującą zachowanie konstrukcji (np. przemieszczenie wybranego punktu). Tak rozumiany współczynnik wagowy definiuje się następująco (patrz praca [4]):

$$\alpha_i = \delta_i^{st} / \delta^{st}. \quad (13)$$

Wielkości  $\delta^{st}$  i  $\delta_i^{st}$  występujące we wzorze (13) oblicza się, obciążając rozpatrywaną konstrukcję siłami statycznymi wyznaczanymi odpowiednio ze wzorów:

$$\mathbf{P}^{st} = \mathbf{M} \mathbf{e}, \quad \mathbf{P}_i^{st} = \varepsilon_i \mathbf{M} \mathbf{e}. \quad (14)$$

Współczynnik oznaczony symbolem  $\varepsilon_i$  wyznacza się ze wzoru:

$$\varepsilon_i = (\mathbf{a}_i^T \mathbf{M} \mathbf{e}) / (\mathbf{a}_i^T \mathbf{M} \mathbf{a}_i), \quad (15)$$

gdzie  $\mathbf{a}_i$  jest wektorem postaci drgań własnych nietłumionych o numerze  $i$ .

Zdefiniowane w ten sposób współczynniki wagowe są bezwymiarowe, nie zależą od sposobu normowania wektorów postaci drgań, a ich suma jest równa jedności.

#### 5. Opis procedury optymalizacyjnej i wyniki optymalizacji

Do rozwiązania zadania optymalizacyjnego użyto metody tzw. optymalizacji sekwencyjnej opisanej w pracy [3]. Jest to procedura heurystyczna. Ogólnie rzecz ujmując, polega ona na umieszczaniu w optymalnym miejscu jednego tłumika drgań za pomocą pewnego postępowania rekurencyjnego przy założeniu, że nie zmienia się ustawienia tłumików uprzednio już ustawionych. Nie ma formalnego dowodu zbieżności omawianej procedury optymalizacyjnej. Była ona jednak z dobrym skutkiem stosowana do rozwiązywania szeregu zadań inżynierskiej optymalizacji. Możliwe było uzyskanie rozwiązań w istotny sposób lepszych od rozwiązań przyjmowanych intuicyjnie lub na podstawie doświadczenia inżynierskiego. Składa się ona z kilku opisanych poniżej kroków.

Załóżmy, że w wyniku dotychczasowych obliczeń ustalono pozycje  $r$ -1 tłumików. Optymalne ustawienie tłumika o numerze  $r$  wymaga wykonania następujących czynności:

*Krok 1:*

Obliczyć częstości drgań własnych, bezwymiarowe współczynniki tłumienia i wartość funkcji celu, jeżeli tłumik o numerze  $r$  jest umieszczony na 1 kondygnacji.

*Krok 2:*

Powtórzyć obliczenia wykonane w kroku 1 dla wszystkich możliwych położzeń tłumika.

*Krok 3:*

Jako optymalne położenie tłumika o numerze  $r$  wybrać to położenie, dla którego wartość funkcji celu jest maksymalna.

*Krok 4:*

Jeżeli wszystkie tłumiki zostały rozmieszczone na konstrukcji, to zakończyć obliczenia. W przeciwnym wypadku wrócić do kroku 1 i przystąpić do ustawiania tłumika o numerze  $r+1$ .

Obliczenia wykonano dla ramy dziesięciokondygnacyjnej opisanej w pracy [3]. Masy wszystkich pięter są jednakowe. Masa jednego piętra wynosi  $M = 2070,0 \text{ kg}$ . Sztywności pięter wynoszą odpowiednio:  $k_1 = k_2 = 68710,0 \text{ kN/m}$ ,  $k_3 = k_4 = 54010,0 \text{ kN/m}$ ,  $k_5 = k_6 = 42170,0 \text{ kN/m}$ ,  $k_7 = k_8 = 28660,0 \text{ kN/m}$ ,  $k_9 = k_{10} = 16450,0 \text{ kN/m}$ . Współczynniki tłumienia konstrukcji wynoszą:  $c_1 = c_2 = 4,76 \text{ kNs/m}$ ,  $c_3 = c_4 = 3,73 \text{ kNs/m}$ ,  $c_5 = c_6 = 2,91 \text{ kNs/m}$ ,  $c_7 = c_8 = 1,98 \text{ kNs/m}$ ,  $c_9 = c_{10} = 1,44 \text{ kNs/m}$ .

Na konstrukcji rozmieszczano 10 tłumików wiskotycznych. Wszystkie tłumiki mają identyczne współczynniki tłumienia o wartości  $c_i = 50,0 \text{ kNs/m}$ .

Częstości i postacie drgań własnych, nietłumionych ramy, na której nie ma tłumików drgań są równe:  $\omega_1 = 22,690 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_2 = 56,535 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_3 = 91,909 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_4 = 127,472 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_5 = 151,769 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_6 = 182,400 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_7 = 208,638 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_8 = 245,147 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_9 = 281,525 \text{ rad/sek}$ ,  $\omega_{10} = 324,052 \text{ rad/sek}$ . Częstości drgań własnych tłumionych okazały się takie same jak częstości drgań własnych nietłumionych. Bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy bez tłumików drgań wynoszą:  $\gamma_1 = 0,00080$ ,  $\gamma_2 = 0,00216$ ,  $\gamma_3 = 0,00350$ ,  $\gamma_4 = 0,00474$ ,  $\gamma_5 = 0,00612$ ,  $\gamma_6 = 0,00657$ ,  $\gamma_7 = 0,00733$ ,  $\gamma_8 = 0,00847$ ,  $\gamma_9 = 0,00972$ ,  $\gamma_{10} = 0,01121$ . Rama jest układem o bardzo małym tłumieniu.

Jeżeli tłumiki są równomiernie rozmieszczone na ramie, tzn. na każdym piętrze jest jeden tłumik, to wartości częstości drgań własnych tłumionych i bezwymiarowych współczynników tłumienia wynoszą:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 22,6929 \text{ rad/sek}, & \gamma_1 &= 0,015166, & \omega_2 &= 56,6147 \text{ rad/sek}, & \gamma_2 &= 0,056670, \\ \omega_3 &= 92,0798 \text{ rad/sek}, & \gamma_3 &= 0,089457, & \omega_4 &= 128,354 \text{ rad/sek}, & \gamma_4 &= 0,113906, \\ \omega_5 &= 152,524 \text{ rad/sek}, & \gamma_5 &= 0,193703, & \omega_6 &= 181,793 \text{ rad/sek}, & \gamma_6 &= 0,137803, \\ \omega_7 &= 207,310 \text{ rad/sek}, & \gamma_7 &= 0,170854, & \omega_8 &= 244,656 \text{ rad/sek}, & \gamma_8 &= 0,154492, \\ \omega_9 &= 280,957 \text{ rad/sek}, & \gamma_9 &= 0,149386, & \omega_{10} &= 323,564 \text{ rad/sek}, & \gamma_{10} &= 0,143537. \end{aligned}$$

Dotychczas zaprezentowane wyniki obliczeń pozwalają na sformułowanie kilku wniosków:

- częstości drgań własnych tłumionych ramy z tłumikami rozłożonymi równomiernie nie różnią się w sposób istotny od częstości drgań własnych nietłumionych;
- bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy z wbudowanymi tłumikami drgań wzrosły wielokrotnie w porównaniu ze współczynnikami tłumienia ramy bez tłumików;
- bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy z tłumikami nie wzrosły równomiernie;

- bezwymiarowy współczynnik tłumienia pierwszej postaci drgań, mającej zwykle najistotniejszy udział w odpowiedzi dynamicznej układu, wzrósł wielokrotnie (19 razy).

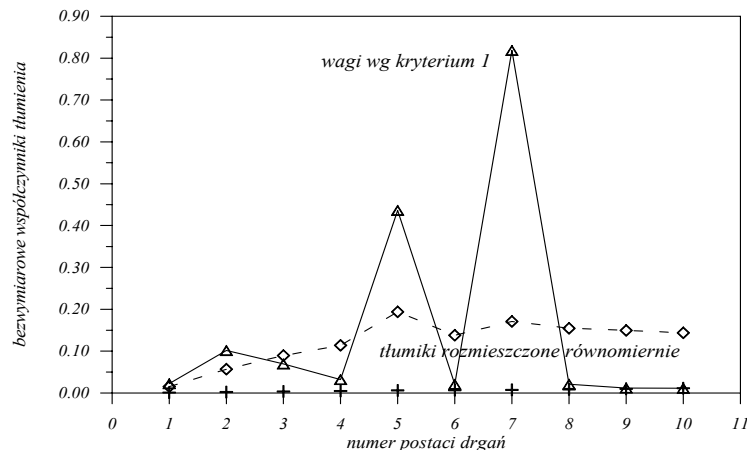
#### Wyniki optymalizacji - kryterium 1

Pierwszą optymalizację wykonano, przyjmując jako kryterium optymalizacji bezwymiarowy współczynnik tłumienia pierwszej postaci drgań. Wobec tego w (1) należy podstawić  $\alpha_1 = 1$  oraz  $\alpha_i = 0$  dla  $i = 2, \dots, n$ . Po wykonaniu obliczeń otrzymano następujące rezultaty:

- bezwymiarowy współczynnik tłumienia pierwszej postaci drgań będzie maksymalny, jeżeli 7 tłumików umieści się na 7 kondygnacji, a 3 tłumiki na 9 kondygnacji;
- dla takiego ustawienia tłumików bezwymiarowy współczynnik tłumienia pierwszej postaci drgań jest równy 0,022349 i jest o 47% większy od bezwymiarowego współczynnika tłumienia ramy z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie.

Szczegółowa analiza wyników prowadzi do wniosku, że jeżeli zamierzamy maksymalizować bezwymiarowy współczynnik tłumienia 1 postaci drgań, to tłumiki należy umieszczać na tych piętrach, dla których różnica rzędnych pierwszej postaci drgań jest największa.

Na rys. 3 pokazano bezwymiarowe współczynniki tłumienia różnych postaci drgań ramy z tłumikami rozmieszczonymi optymalnie (małe trójkąty) i dla ramy z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie (małe romby). Dla porównania – krzyżkami pokazano bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy bez tłumików. Dla większej przejrzystości rezultaty obliczeń dotyczące różnych przypadków połączono liniami ciągłymi lub przerywanymi. W rozwiązaniu uznanym za optymalne zwraca uwagę bardzo znaczny wzrost bezwymiarowych współczynników tłumienia 5 i 7 postaci drgań. Ponadto widać, że w rozwiązaniu uznanym za optymalne bezwymiarowe współczynniki tłumienia 4, 6, 8, 9 i 10 postaci drgań niewiele się różnią od analogicznych współczynników tłumienia ramy bez tłumików. Oznacza to, że rozstawienie tłumików uznane tutaj za optymalne będzie nieoptymalne, jeżeli udział wspomnianych postaci drgań w odpowiedzi dynamicznej ramy będzie znaczący.



Rys. 3. Bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy z różnie rozmieszczonymi tłumikami

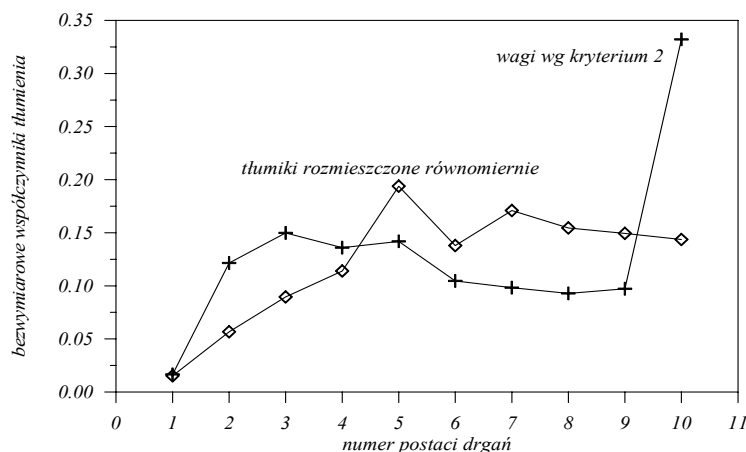
#### Wyniki optymalizacji - kryterium 2

Wykonano również obliczenia, w których funkcja celu uwzględniała wpływ wszystkich bezwymiarowych współczynników tłumienia. Obliczenia wykonano dla dwóch przypadków.

W pierwszym przypadku współczynniki wagowe są tak dobrane, by reprezentowały udział poszczególnych postaci drgań w przemieszczeniu stropu najwyższej kondygnacji ramy. Wartości współczynników wagowych wynoszą:

$\alpha_1 = 0,7556675$ ,  $\alpha_2 = 0,1217235$ ,  $\alpha_3 = 0,0460564$ ,  $\alpha_4 = 0,0239431$ ,  $\alpha_5 = 0,0168905$ ,  
 $\alpha_6 = 0,0116939$ ,  $\alpha_7 = 0,0089376$ ,  $\alpha_8 = 0,0064737$ ,  $\alpha_9 = 0,0049088$ ,  $\alpha_{10} = 0,0037049$ .

Pierwsze 3 postacie drgań mają 92% udziału w funkcji celu. Po wykonaniu obliczeń otrzymano optymalne w sensie przyjętego kryterium rozmieszczenie tłumików drgań. Dwa tłumiki należy umieścić na 10 kondygnacji, cztery na 9 kondygnacji oraz po jednym tłumiku na 8, 7, 4 i 3 kondygnacji. Na rys. 4 pokazano bezwymiarowe współczynniki tłumienia poszczególnych postaci drgań ramy z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie oraz ramy z tłumikami rozmieszczonymi w sposób optymalny. Bezwymiarowe współczynniki tłumienia 4 pierwszych postaci drgań ramy z optymalnie rozmieszczonymi tłumikami są większe od odpowiednich współczynników tłumienia ramy z równomiernie rozstawionymi tłumikami.



Rys. 4. Bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy z tłumikami rozmieszczonymi optymalnie (krzyżyki) i z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie (romby)

#### Wyniki optymalizacji - kryterium 3

W drugim przypadku wagi występujące w funkcji celu (1) tak obrano, aby reprezentowały udział poszczególnych postaci drgań we wzorze na siłę poprzeczną w słupie 1 kondygnacji. Współczynniki wagowe  $\alpha_i$  są teraz równe:

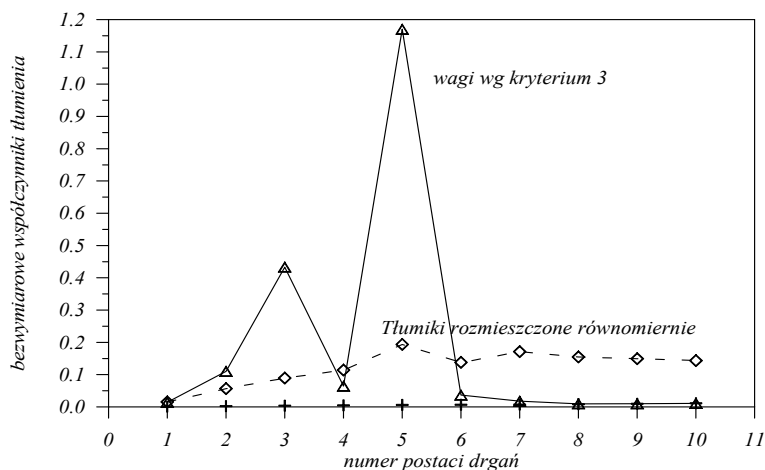
$\alpha_1 = 0,757917$ ,  $\alpha_2 = 0,130242$ ,  $\alpha_3 = 0,049456$ ,  $\alpha_4 = 0,024853$ ,  $\alpha_5 = 0,008884$ ,  
 $\alpha_6 = 0,013180$ ,  $\alpha_7 = 0,005345$ ,  $\alpha_8 = 0,003629$ ,  $\alpha_9 = 0,003285$ ,  $\alpha_{10} = 0,003209$ .

Z powyższego wynika, że w odpowiedzi dynamicznej ramy zasadniczy udział ma 1 i 2 postać drgań. Udział postaci drgań o numerach 5, 7, 8, 9 i 10 jest mniejszy od 1%.

Z obliczeń wynika, że optymalne, w sensie przyjętego kryterium, rozmieszczenie tłumików jest następujące: 6 tłumików na 9 kondygnacji, a 4 tłumiki na 10 kondygnacji.

Na rys. 5 porównano bezwymiarowe współczynniki tłumienia wynikające z omawianych obliczeń z bezwymiarowymi współczynnikami tłumienia ramy z równomiernie rozstawionymi tłumikami drgań. Widać, podobnie jak w poprzednim przypadku, że dla niektórych postaci drgań (tutaj trzeciej i piątej) bezwymiarowy współczynnik jest wyraźnie większy od bezwymiarowych współczynników tłumienia pozostałych postaci drgań. Współczynnik tłumienia piątej postaci jest większy od tłumienia krytycznego. Zwracają też uwagę bardzo małe wartości bezwymiarowych współczynników tłumienia wyższych postaci drgań.

Obszerniejsze omówienie prezentowanych tutaj wyników optymalizacji można znaleźć na stronie internetowej <http://www.ikb.poznan.pl/roman.lewandowski/>



Rys. 5. Bezwymiarowe współczynniki tłumienia ramy z nierównomiernie (kryterium 3) i równomiernie rozmieszczonymi tłumikami drgań

## 6. Uwagi końcowe i wnioski

Praca dotyczy optymalnego rozmieszczania wiskotycznych tłumików drgań na konstrukcji ramowej. Do obliczeń zastosowano metodę optymalizacji sekwencyjnej i użyto różne postacie funkcji celu. W zależności od przyjętej funkcji celu uzyskano różniące się w istotny sposób, optymalne w myśl przyjętego kryterium, konfiguracje tłumików. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że wartości bezwymiarowych współczynników tłumienia w bardzo istotny sposób zależą od rozmieszczenia tłumików drgań na konstrukcji.

## Literatura

- [1] LEWANDOWSKI R., Dynamika konstrukcji budowlanych. Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2006.
- [2] SOONG T.T., DARGUSH G.F., Passive energy dissipation systems in structural engineering. Chichester, Wiley, 1999.
- [3] ZHANG R. H., SOONG T. T., Seismic design of viscoelastic dampers for structural applications. J. Structural Engineering. 1992, Vol. 118, s. 1375 – 1392.
- [4] CHOPRA A.K., Dynamics of structures. Theory and applications to earthquake engineering. Prentice Hall, Upper Saddle River, New Jersey, 2000.

**Podziękowania.** Autorzy pragną wyrazić podziękowanie swoim studentom: Annie Chorowskiej, Annie Zielonej, Bartoszowi Dąbrowskiemu i Tomaszowi Terleckiemu, którzy wykonali część obliczeń. Praca powstała w ramach BW 11-907/07.

## OPTIMAL LOCATION OF VISCOUS DAMPERS

In the paper, the optimal location of viscous dampers is determined with help of the sequential optimization procedure. The cost function is built as a sum of weighted non-dimensional damping factors. It was found that optimal configuration of dampers strongly depends on the chosen weight coefficients in the cost function.