

Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Roman Lewandowski

Autor pragnie wyrazić podziękowanie swoim studentom: Tomaszowi Drgasowi, Jakubowi Jarczyńskiemu, Tobiaszowi Rynowieckiemu i Maciejowi Mańkowskiemu, którzy wykonali większość obliczeń będących podstawą niniejszego opracowania.

Poznań, lipiec 2008

1. Opis zadania optymalizacji

Celem prezentowanego zadania jest optymalizacja położenia tłumików wiskotycznych rozmieszczonych na dziesięciokondygnacyjnej konstrukcji ramowej. Na konstrukcji należy umieścić 10 tłumików o zadanych współczynnikach tłumienia $c_i = c = const$. Jako model rozpatrywanej konstrukcji przyjęto ramę ścinaną. Konstrukcja jest obciążona siłami wywołanymi wymuszeniem kinematycznym (siłami wywołanymi trzęsieniem ziemi lub siłami parasejsmicznymi).

Przyjęto 2 kryteria optymalizacji

Tłumiki rozmieszczano na ramie w ten sposób, aby:

- zminimalizować maksymalną amplitudę przemieszczeń ramy w 1 obszarze rezonansowym,
- zminimalizować maksymalną amplitudę względnych przemieszczeń ramy w 1 obszarze rezonansowym.

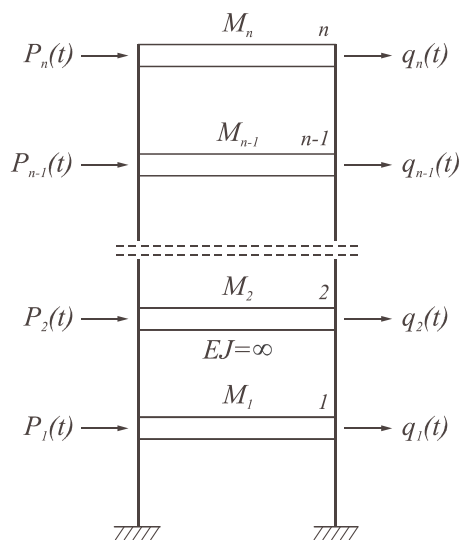
Przez względne przemieszczenia ramy rozumie się różnicę przemieszczeń dwóch sąsiednich stropów budynku.

2. Równania ruchu ramy ścinanej bez zainstalowanych tłumików drgań.

Pod pojęciem rama ścinana rozumie się konstrukcję ramową spełniającą następujące założenia[1]:

- rygle ramy są nieskończenie sztywne,
- stupy są nieważkie, a masa ramy jest skoncentrowana na poziomie stropów,
- pręty ramy są nieodkształcalne osiowo,
- rama jest obciążona siłami poziomymi.

Jedynymi stopniami dynamicznej swobody ramy ścinanej są przemieszczenia poziome rygli. Schemat obliczeniowy omawianej ramy pokazano na rys. 1.



Rys. 1 Schemat obliczeniowy ramy ścinanej

Równanie ruchu ramy bez zainstalowanych tłumików drgań można zapisać w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t) , \quad (1)$$

gdzie \mathbf{M} jest macierzą mas, \mathbf{K} jest macierzą sztywności, \mathbf{C} macierzą tłumienia, $\mathbf{q}(t)$ wektorem przemieszczeń dynamicznych konstrukcji, a $\mathbf{P}(t)$ wektorem sił wymuszających. Kropką oznaczono pochodną względem czasu t .

W omawianym przypadku macierze mas i sztywności mają postać:

$$\mathbf{M} = \text{diag}(M_1, M_2, \dots, M_n) , \quad (2)$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & -k_{i-1} & k_{i-1} + k_i & -k_i & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_{n-1} & k_n \end{bmatrix} , \quad (3)$$

gdzie M_i jest masą piętra o numerze i , ($i=1,2,\dots,n$), k_i sztywnością kondygnacji o numerze i .

W przypadku ramy jednoprzęsłowej sztywność kondygnacji o numerze i oblicza się ze wzoru:

$$k_i = \frac{24EJ_i}{l_i^3} , \quad (4)$$

gdzie symbolem l_i oznacza się wysokość kondygnacji o numerze i , a symbolem EJ_i sztywność na zginanie słupa tejże kondygnacji.

Przyjęto, że siły tłumienia ramy mają charakter sił wiskotycznych, a macierz tłumienia jest macierzą tłumienia proporcjonalnego, tzn.

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_\kappa = \alpha \mathbf{M} + \kappa \mathbf{K} , \quad (5)$$

gdzie symbolami α, κ oznaczono współczynniki proporcjonalności.

W dalszym ciągu zakłada się, że rama jest obciążona siłami wywołwanymi trzęsieniem ziemi lub siłami parasejsmicznymi. Siły wymuszające opisywane są wzorem:

$$\mathbf{P}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{e}\ddot{q}_0(t) , \quad (6)$$

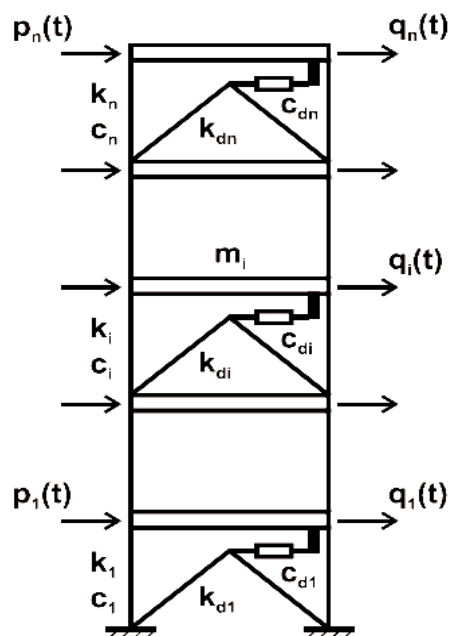
gdzie $\ddot{q}_0(t)$ jest przyspieszeniem podstawy ramy, a $\mathbf{e} = \text{col}(1,1,\dots,1)$ jest wektorem jednostkowym.

3. Równania ruchu ramy ścinanej z zainstalowanymi tłumikami drgań.

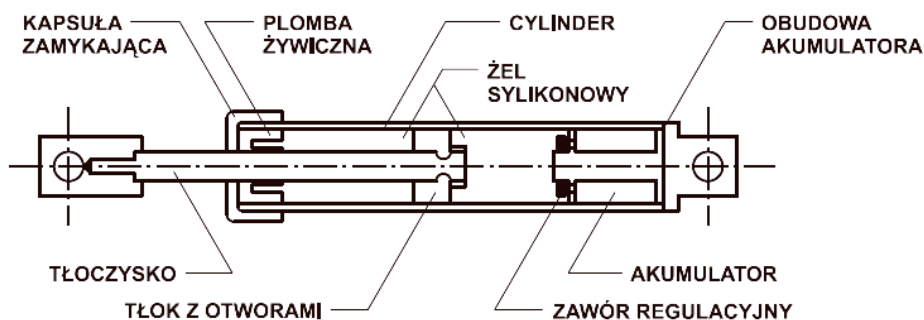
Schemat obliczeniowy ramy z zainstalowanymi tłumikami drgań pokazano na rys.2. Na rys. 3 pokazano natomiast schematycznie budowę tłumika drgań. W omawianych poniżej obliczeniach założono, że tłumik jest tłumikiem wiskotycznym. Siłę tłumienia w takim tłumiku można wyznaczyć ze wzoru:

$$f_t = c \dot{x} , \quad (7)$$

gdzie c jest współczynnikiem tłumienia, a \dot{x} jest prędkością względnego przemieszczenia tłoka tłumika względem jego obudowy.



Rys. 2 Schemat obliczeniowy ramy ścinanej z zainstalowanymi tłumikami drgań.



Rys. 3 Schemat tłumika drgań.

Pisząc równania ruchu ramy ścinanej z wiskotycznymi tłumikami drgań założono ponadto, że elementy łączące tłumik z ramą (zastrzały) mają nieskończenie dużą sztywność.

Równanie ruchu ramy ścinanej z zainstalowanymi tłumikami drgań można także zapisać w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{P}(t) . \quad (8)$$

Równania (1) i (8) różnią się tylko macierzą tłumienia. Siły tłumienia są w omawianym przypadku sumą sił tłumienia konstrukcji $\mathbf{C}_k \dot{\mathbf{q}}(t)$ i sił tłumienia wywoływanych przez tłumiki. Te

ostatnie siły można przedstawić w postaci $\mathbf{C}_t \dot{\mathbf{q}}(t)$ i wobec tego macierz tłumienia występująca w równaniu (8) może być zapisana w postaci:

$$\mathbf{C} = \mathbf{C}_k + \mathbf{C}_t . \quad (9)$$

Na macierz \mathbf{C}_t składają się współczynniki tłumienia poszczególnych tłumików umieszczonych na konstrukcji. Można ją zapisać w postaci:

$$\mathbf{C}_t = \sum_{j=1}^m \mathbf{C}_{ij} , \quad (10)$$

gdzie \mathbf{C}_{ij} jest macierzą tłumienia uwzględniającą wpływ tłumika o numerze j . Jeżeli tłumik o numerze j jest umieszczony na kondygnacji i to macierz ta ma postać:

$$\mathbf{C}_{ij} = \begin{array}{c} \text{kolumny} \\ i-1 \quad i \\ \left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_j & -c_j & 0 & 0 & 0 & \text{wiersz } i-1 \\ 0 & -c_j & c_j & 0 & 0 & 0 & \text{wiersz } i \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \end{array} \right] , \end{array} \quad (11)$$

gdzie symbolem c_j oznaczono współczynnik tłumienia tłumika o numerze j . Na rys. 2 współczynnik ten opisano symbolem c_{di} . Jeżeli tłumiki są umieszczone w ukośnych zastrzałach to niezerowe elementy macierzy \mathbf{C}_{ij} liczy się w sposób opisany w [1].

5. Rozwiązanie macierzowego równania ruchu

Zakłada się, że zmiana w czasie sił wymuszających działających na ramę jest opisana funkcją o postaci:

$$\mathbf{P}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{e} \ddot{q}_0 \exp(i\lambda t) , \quad (12)$$

gdzie λ jest częstością wymuszenia.

Zakładając, że rozwiązanie równania ruchu ma postać:

$$\mathbf{q}(t) = \tilde{\mathbf{a}} \exp(i\lambda t) , \quad (13)$$

oraz podstawiając (12) i (13) do równania (1) lub (8) otrzymuje się równanie (14):

$$(\mathbf{K} - \lambda^2 \mathbf{M} + i\lambda \mathbf{C}) \tilde{\mathbf{a}} = -\mathbf{M}\mathbf{e} \ddot{q}_0(t) , \quad (14)$$

z którego można wyznaczyć wektor $\tilde{\mathbf{a}}$.

W dalszym ciągu posługiwać się będziemy zmodyfikowanym wektorem \mathbf{a} zdefiniowanym w następujący sposób:

$$\mathbf{a} = \tilde{\mathbf{a}} / \ddot{q}_0 . \quad (15)$$

Moduły elementów wektora \mathbf{a} nazywa się zmodyfikowanymi amplitudami drgań. W dalszym ciągu krótko nazywać się je będzie amplitudami drgań. Wykres funkcji opisującej zależność tak rozumianej amplitudy drgań od częstości wymuszenia λ będziemy nazywać zmodyfikowaną krzywą rezonansową lub krótko krzywą rezonansową.

6. Opis zastosowanej procedury optymalizacyjnej

Do rozwiązania zadania optymalizacyjnego użyto metody tzw. optymalizacji sekwencyjnej. Jest to procedura heurystyczna. Ogólnie rzecz biorąc polega ona na umieszczaniu w optymalnym miejscu jednego tłumika drgań za pomocą pewnego postępowania rekurencyjnego przy założeniu, że nie zmienia się ustawienia tłumików uprzednio już ustawionych. Nie ma formalnego dowodu, że uzyskana w ten sposób konfiguracja tłumików będzie konfiguracją optymalną. Opisana procedura optymalizacyjna jest jednak często stosowana.

Składa się ona z kilku opisanych poniżej kroków. Załóżmy, że w wyniku dotychczasowych obliczeń ustalono pozycje $r-1$ tłumików. Optymalne ustawienie tłumika o numerze r wymaga wykonania następujących czynności:

Krok 1:

Wyznaczyć maksymalne amplitudy drgań w pierwszej strefie rezonansowej przy założeniu, że 1 tłumik został umieszczony na 1 kondygnacji. Obliczyć dla tego ustawienia wartość funkcji celu.

Krok 2:

Powtórzyć obliczenia wykonane w kroku 1 dla wszystkich możliwych położzeń tłumików.

Krok 3:

Jako optymalne położenie tłumika o numerze r wybrać to położenie, dla którego wartość funkcji celu jest maksymalna.

Krok 4:

Jeżeli wszystkie tłumiki zostały rozmieszczone na ramie to zakończyć obliczenia. W przeciwnym wypadku wrócić do kroku 1 i przystąpić do optymalnego ustawiania tłumika o numerze $r+1$.

Nie ma formalnego dowodu, że omawiana procedura prowadzi do wyznaczenia rozwiązania optymalnego. W szeregu zadaniach udało się jednak uzyskać rozwiązania w sposób istotny lepsze od rozwiązań przyjmowanych intuicyjnie lub na podstawie doświadczenia inżynierskiego.

Tłumiki rozmieszcza się we wszystkich możliwych miejscach i dla każdego położenia tłumika ustala się na podstawie krzywych rezonansowych maksymalne przemieszczenie (lub przemieszczenie względne) stropów. Jako optymalne miejsce ustawienia tłumika wybiera się na ramie to miejsce dla którego maksymalne wychylenie stropu osiąga wartość najmniejszą.

Technicznie poszukiwanie tego położenia polega na tym, że ustawia się pierwszy tłumik na pierwszej kondygnacji i oblicza się krzywe rezonansowe przemieszczeń. Następnie na podstawie tych krzywych ustala się maksymalne amplitudy przemieszczeń $\max a_i$ wszystkich pięter (tzn.

dla $i=1,2,\dots,n$). Spośród wszystkich $\max a_i$ wybieramy największe, które oznaczamy symbolem $\max \tilde{a}_1$. Indeks 1 podkreśla, że jest to maksymalna względna amplituda stowarzyszona z tłumikiem ustawionym na 1 kondygnacji. Następnie tłumik przestawiamy na drugą kondygnację i także szukamy największego względnego wychylenia, które tym razem jest oznaczone symbolem $\max \tilde{a}_2$. Postępowanie powtarzamy ustawiając tłumik na kolejnych kondygnacjach.

W ten sposób uzyskamy zbiór wielkości $\max \tilde{a}_k$ ($k=1,2,\dots,n$). Spośród tych wielkości wybieramy najmniejsze, a odpowiadające mu położenie tłumika uznajemy za optymalne.

Powyższe postępowanie powtarzamy z kolejnymi tłumikami przy czym nie należy pomijać kondygnacji na których już stoi któryś z tłumików. Ustawienie dwóch tłumików na jednej kondygnacji może być realizowane przez ustawienie jednego tłumika o dwukrotnie większym tłumieniu.

7. Opis analizowanej konstrukcji

Do obliczeń przyjęto następujące dane charakteryzujące ramę i tłumiki drgań:

- masy stropów są jednakowe; masa 1 stropu jest równa 32000,0 kg,
- wszystkie kondygnacje ramy mają jednakową wysokość równą 3,5 m;
- sztywność 1 słupa jest równa $2,82 \cdot 10^7 N/m$; na kondygnacji są 2 słupy;
- sztywność piętra (równa podwójnej sztywności słupa) jest opisana wzorem (4) i jest równa $k_i = 5,64 \cdot 10^7 N/m$; sztywności wszystkich pięter są jednakowe;
- macierz tłumienia konstrukcji jest macierzą proporcjonalną; macierz tą należy obliczyć przyjmując, że bezwymiarowe współczynniki tłumienia 1 i 2 postaci drgań wynoszą: $\gamma_1 = \gamma_2 = 0,02$;
- na ramie należy rozmieścić 10 tłumików wiskotycznych; współczynniki tłumienia wszystkich tłumików są jednakowe; a współczynnik tłumienia 1 tłumika jest równy $c_d = 20,0 \cdot 10^4 Ns/m$.

Częstości drgań własnych omawianej ramy wynoszą:

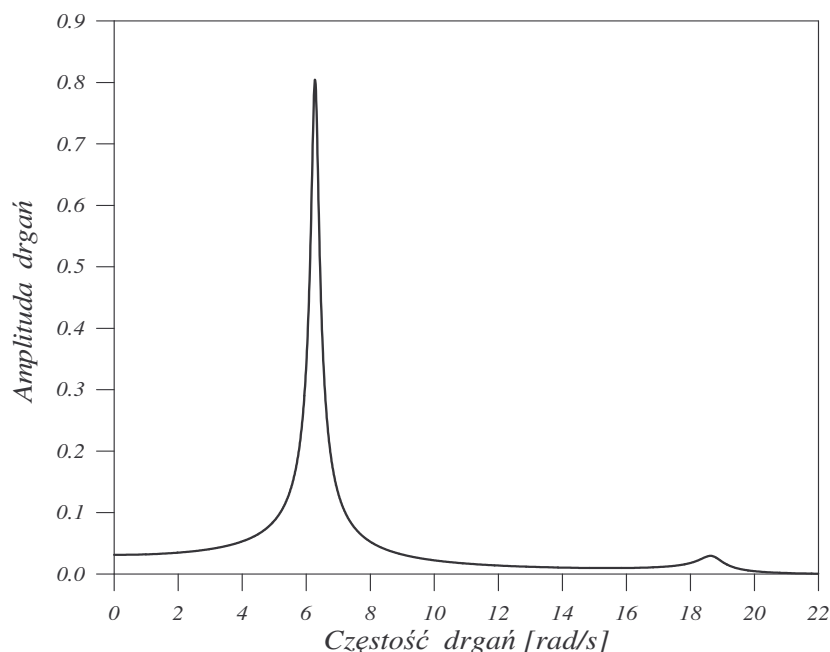
$$\begin{aligned} \omega_1 &= 6,275 \text{ rad/s} , & \omega_2 &= 18,685 \text{ rad/s} , & \omega_3 &= 30,677 \text{ rad/s} , & \omega_4 &= 41,984 \text{ rad/s} , \\ \omega_5 &= 52,353 \text{ rad/s} , & \omega_6 &= 61,553 \text{ rad/s} , & \omega_7 &= 69,378 \text{ rad/s} , & \omega_8 &= 75,652 \text{ rad/s} , \\ \omega_9 &= 80,238 \text{ rad/s} , & \omega_{10} &= 83,030 \text{ rad/s} . \end{aligned}$$

8. Wyniki optymalizacji – 1 kryterium optymalizacji (Tomasz Drgas, Jakub Jaroszyński)

W tej części opracowania opisano wyniki optymalizacji w której posługiwano się pierwszym kryterium tzn. tłumiki rozmieszczano na ramie w ten sposób, aby zminimalizować maksymalną amplitudę przemieszczeń ramy w 1 obszarze rezonansowym.

8.1 Wyniki obliczeń ramy bez tłumików

Na rys. 4 pokazano zmodyfikowaną krzywą rezonansową przemieszczenia stropu ostatniej kondygnacji ramy bez tłumików. Widać, że amplitudy drgań w 1 strefie rezonansowej są wielokrotnie większe od amplitud drgań w 2 strefie rezonansowej i w obszarach nierezonansowych.



Rys. 4. Krzywa rezonansowa ramy bez tłumików

Na rys. 6 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy, określone dla $\lambda = \omega_1$. Wartości tych amplitud zestawiono także w 2 kolumnie tablicy 1. Widać, że początkowa wartość funkcji celu wynosi 0.804597.

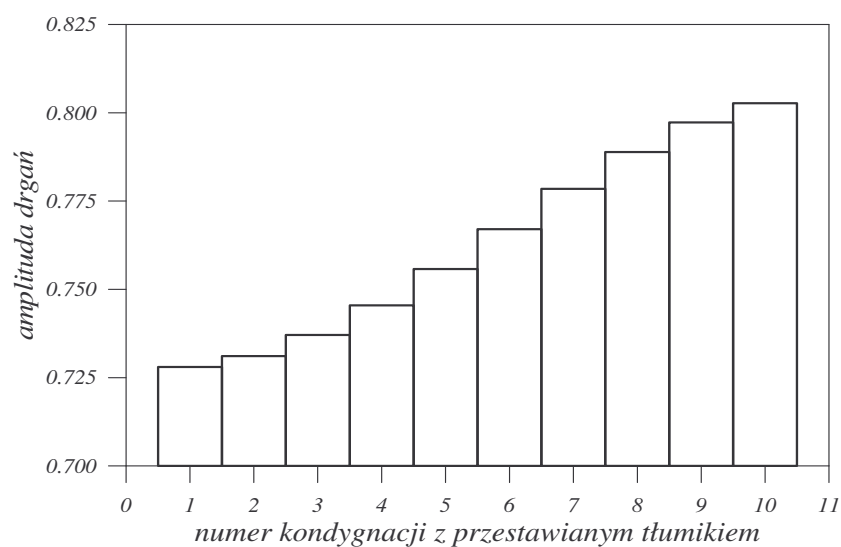
8.2 Optymalne położenie pierwszego tłumika

Posługując się metodą sekwencyjnej optymalizacji wyznaczono optymalne położenie 1 tłumika. Na rys. 5 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem pierwszego tłumika drgań jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia wynosi 0.727998.

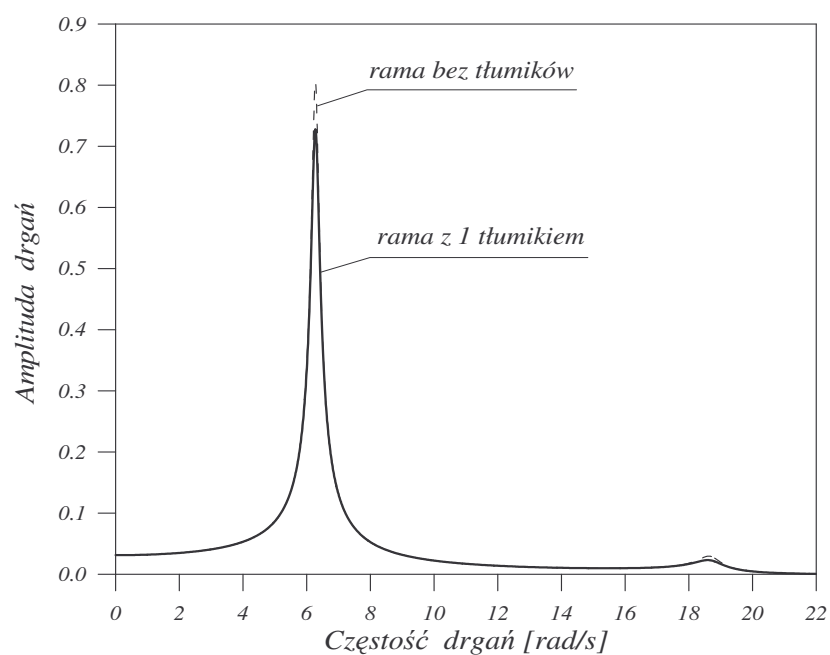
Krzywą rezonansową zmodyfikowanej amplitudy drgań stropu ostatniej kondygnacji ramy z optymalnie ustawionym pierwszym tłumikiem pokazano na rys. 6, na którym, dla porównania, pokazano również krzywą rezonansową ramy bez tłumików.

Na rys. 7 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy, określone dla $\lambda = \omega_1$. Wartości tych amplitud zestawiono także w 3 kolumnie tablicy 1.

Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2



Rys. 5 Wartości maksymalnej amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia pierwszego tłumika.



Rys. 6. Krzywe rezonansowe ramy bez tłumika i z jednym optymalnie ustawionym tłumikiem

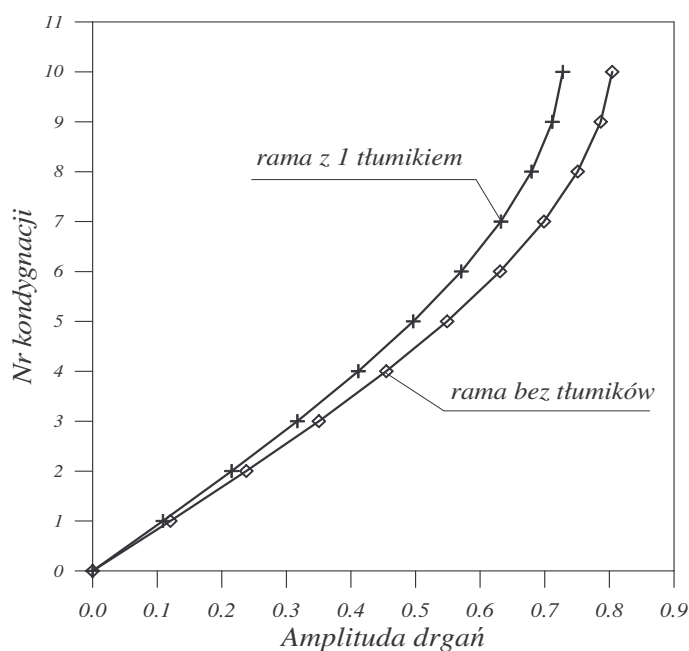
Tablica 1. Maksymalne amplitudy drgań ramy bez i z 1 tłumikiem

Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań – rama bez tłumików	Maksymalna amplituda drgań – rama z 1 tłumikiem
10	0.804597	0.727998
9	0.786632	0.711742

8	0.751102	0.679591
7	0.698800	0.632264
6	0.630891	0.570814
5	0.548889	0.496612
4	0.454621	0.411311
3	0.350190	0.316813
2	0.237921	0.215226
1	0.120318	0.108820

8.3 Optymalne położenie drugiego tłumika

Posługując się metodą sekwencyjnej optymalizacji wyznaczono optymalne położenie 2 tłumika. Na rys. 8 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia drugiego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem drugiego tłumika drgań jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.664783.

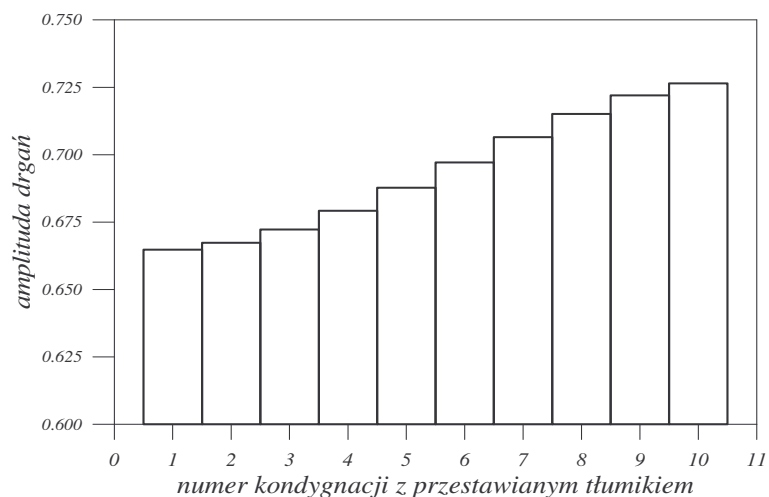


Rys. 7 Amplitudy drgań rezonansowych rama bez tłumika oraz z 1 optymalnie ustawionym tłumikiem

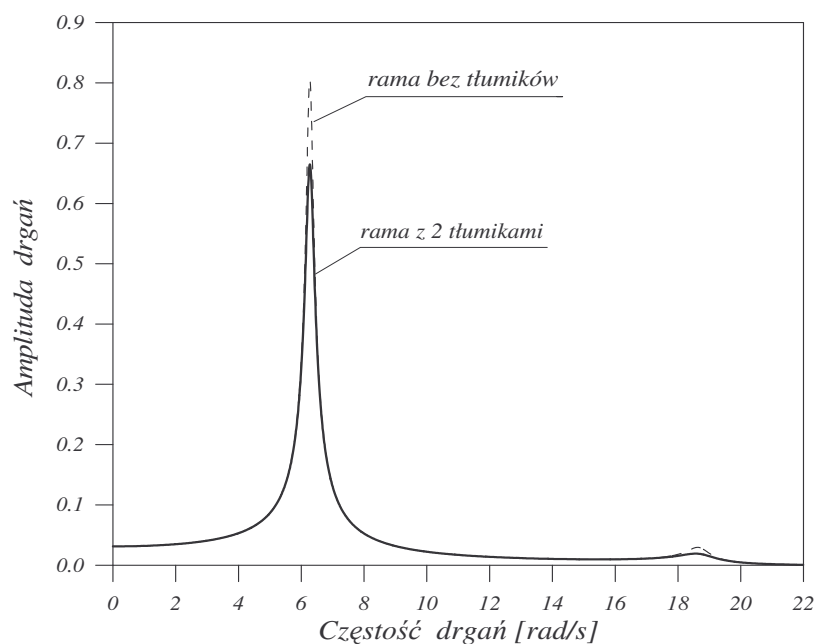
Krzywą rezonansową zmodyfikowanej amplitudy drgań stropu ostatniej kondygnacji rama z optymalnie ustawionymi dwoma tłumikami pokazano na rys. 9, na którym, dla porównania, pokazano również krzywą rezonansową rama bez tłumików.

Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Na rys. 10 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy, określone dla $\lambda = \omega_1$. Wartości tych amplitud zestawiono także w 2 kolumnie tablicy 2.



Rys. 8. Wartości maksymalnej amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia drugiego tłumika.

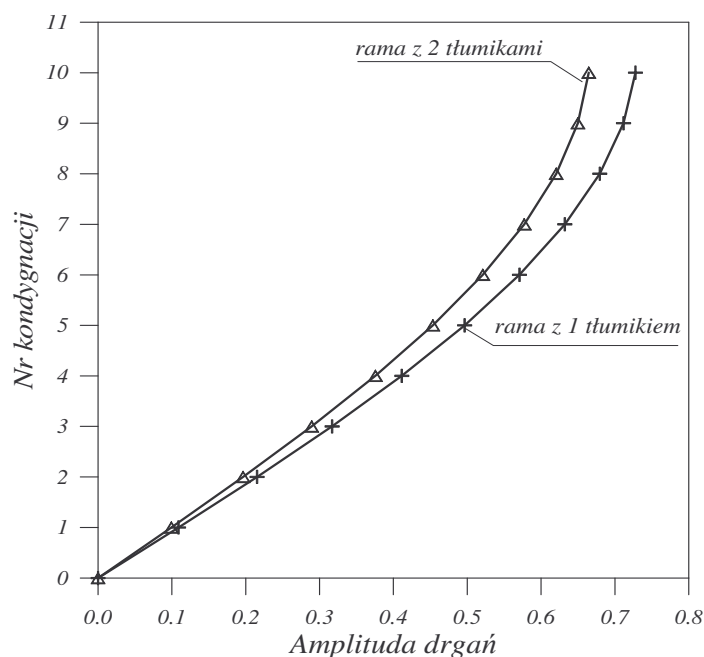


Rys. 9 Krzywe rezonansowe układu bez oraz z optymalnie ustawionymi dwoma tłumikami

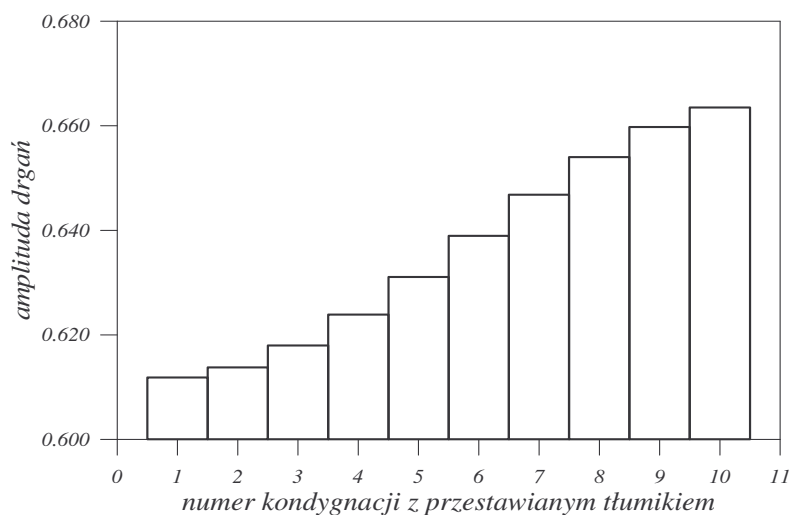
8.4 Optymalne położenie trzeciego tłumika

Na rys. 11 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia trzeciego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem

trzeciego tłumika jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.611821.



Rys. 10 Amplitud drgań rezonansowych rama z jednym oraz z dwoma optymalnie ustawionymi tłumikami



Rys. 11. Wartości maksymalnej amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia trzeciego tłumika.

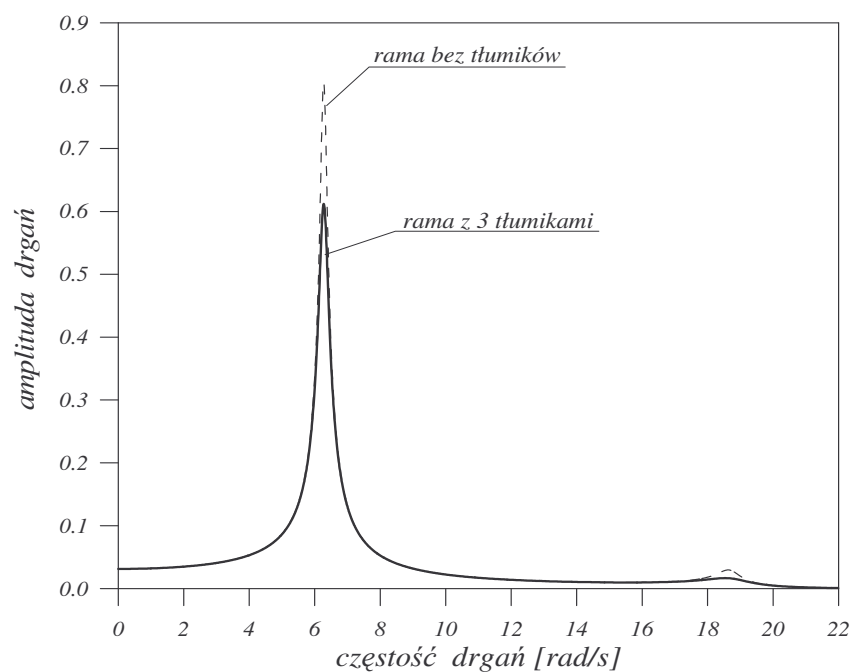
Krzywą rezonansową zmodyfikowanej amplitudy drgań stropu ostatniej kondygnacji rama z optymalnie ustawionymi trzema tłumikami pokazano na rys. 12, na którym, dla porównania, pokazano również krzywą rezonansową rama bez tłumików.

Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

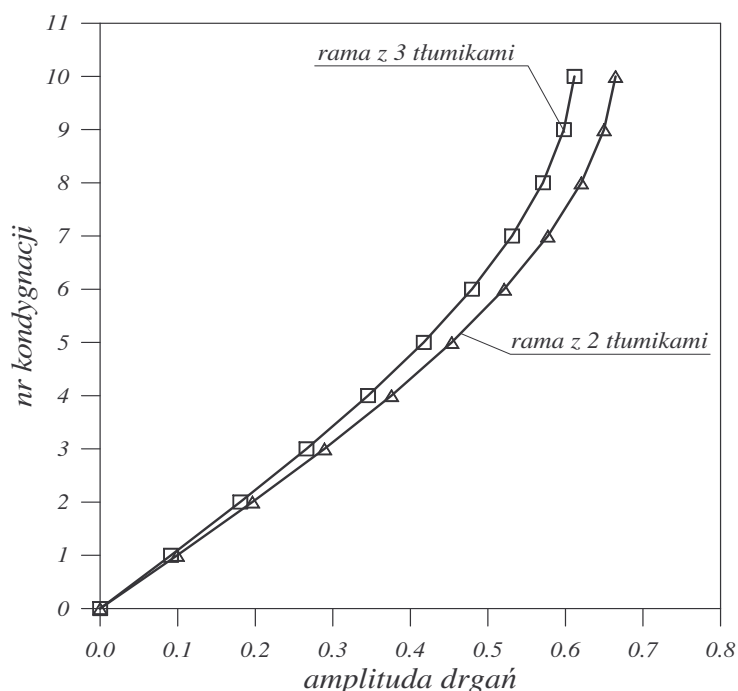
Na rys. 13 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy, określone dla $\lambda = \omega_1$. Wartości tych amplitud zestawiono także w 3 kolumnie tablicy 2.

Tablica 2 Maksymalne amplitudy drgań ramy z 2 tłumikami i ramy z 3 tłumikami

Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań – rama z 2 tłumikami	Maksymalna amplituda drgań – rama z 3 tłumikami
10	0.664783	0.611821
9	0.649935	0.598152
8	0.620570	0.571117
7	0.577343	0.531320
6	0.521217	0.479648
5	0.453444	0.417254
4	0.375534	0.345530
3	0.289227	0.266077
2	0.196450	0.180677
1	0.099295	0.091283



Rys. 12 Krzywe rezonansowe układu bez oraz dla optymalnego ustawienia trzech tłumików



Rys. 13 Amplitudy drgań rezonansowych rama z dwoma oraz z trzema optymalnie ustawionymi tłumikami

8.5 Optymalne położenie czwartego tłumika

Na rys. 14 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia czwartego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem czwartego tłumika jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu wynosi 0,566877.

Krzywą rezonansową zmodyfikowanej amplitudy drgań stropu ostatniej kondygnacji rama z optymalnie ustawionymi czterema tłumikami pokazano na rys. 15, na którym, dla porównania, pokazano również krzywą rezonansową rama bez tłumików.

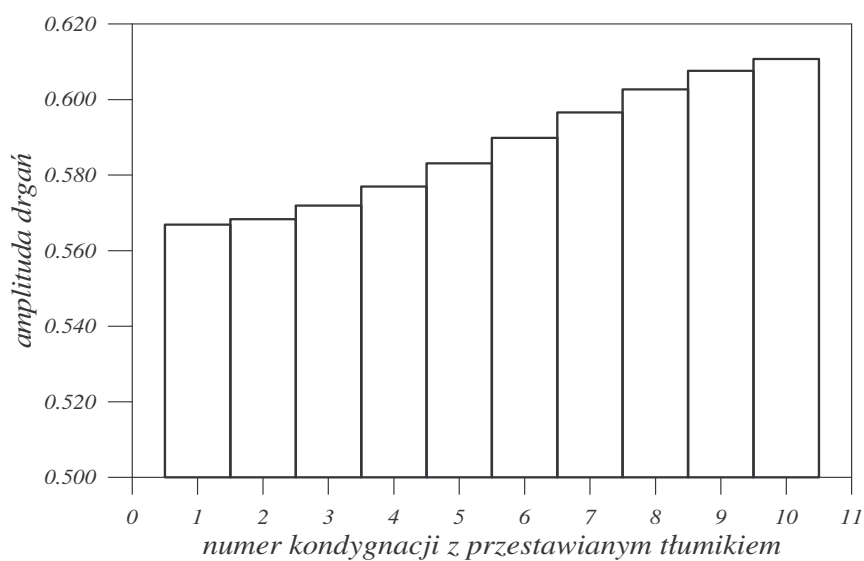
Na rys. 16 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej rama, określone dla $\lambda = \omega_1$. Wartości tych amplitud zestawiono także w 2 kolumnie tablicy 3.

Tablica 3 Maksymalne amplitudy drgań rama z 4 tłumikami i rama z 5 tłumikami

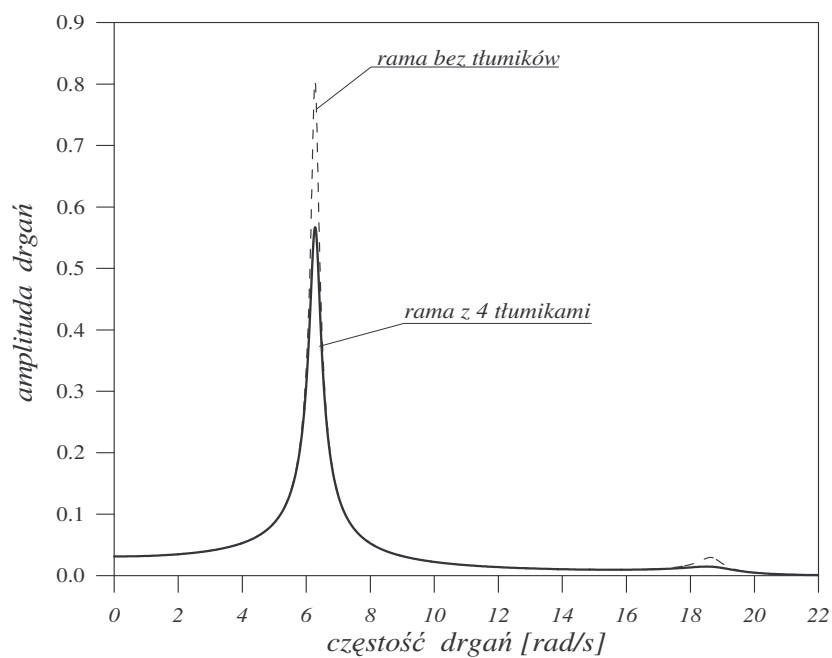
Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań – rama z 4 tłumikami	Maksymalna amplituda drgań – rama z 5 tłumikami
10	0.566877	0.528415
9	0.554205	0.516589
8	0.529145	0.493200
7	0.492255	0.458773
6	0.444357	0.414078

Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

5	0.386521	0.360116
4	0.320039	0.298098
3	0.246396	0.229417
2	0.167252	0.155635
1	0.084454	0.078522

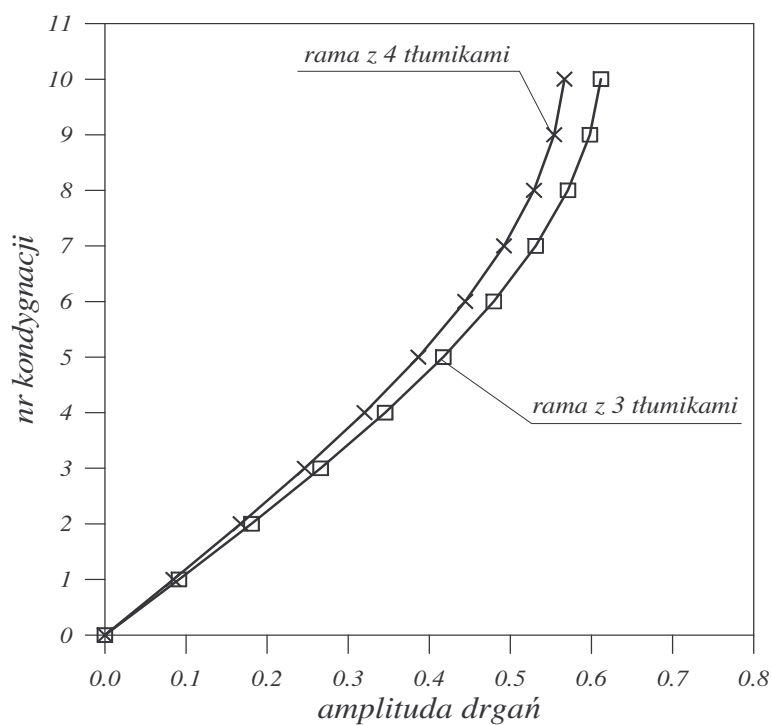


Rys. 14. Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia czwartego tłumika.



Rys. 15 Krzywe rezonansowe układu bez oraz dla optymalnego ustawienia czterech tłumików

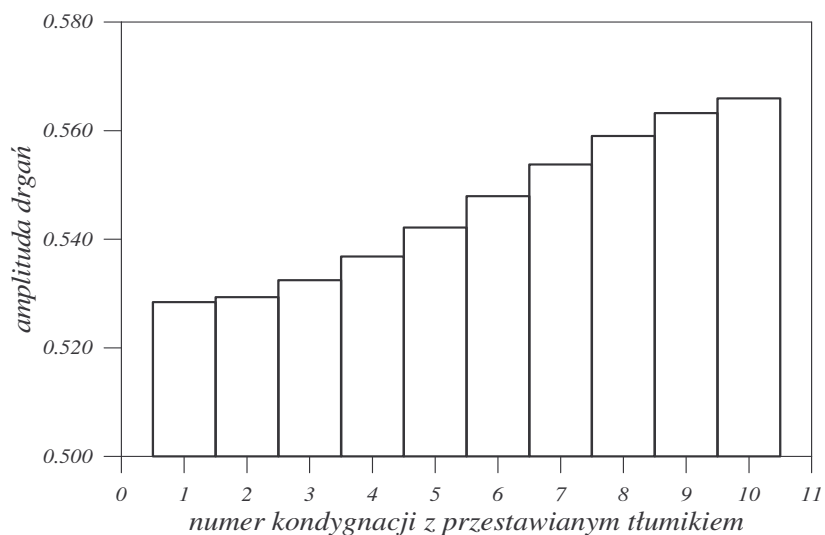
Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2



Rys. 16 Amplitudy drgań rezonansowych ramy z czterema oraz z trzema optymalnie ustawionymi tłumikami

8.6 Optymalne położenie piątego tłumika

Na rys. 17 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia piątego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem piątego tłumika jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu wynosi 0,528415.

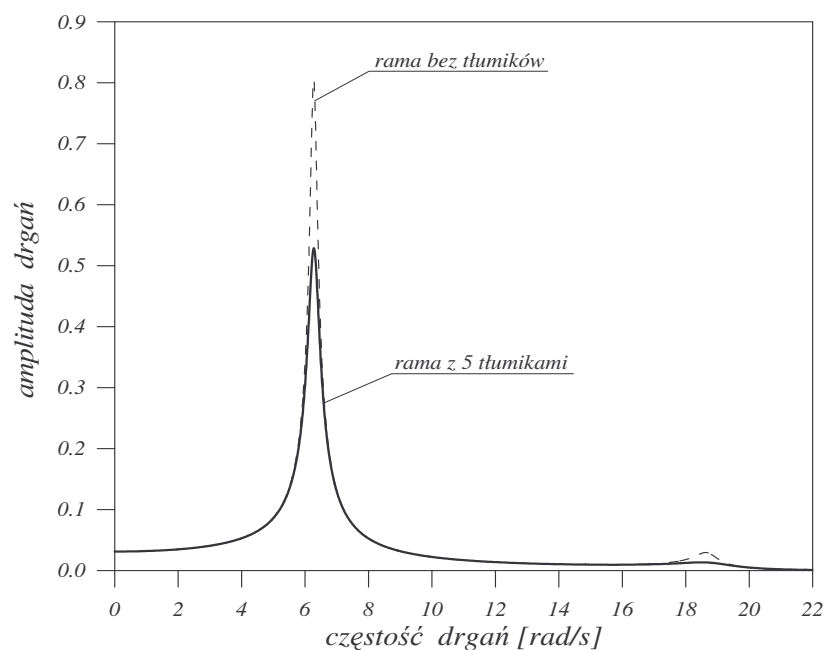


Rys. 17 Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia piątego tłumika.

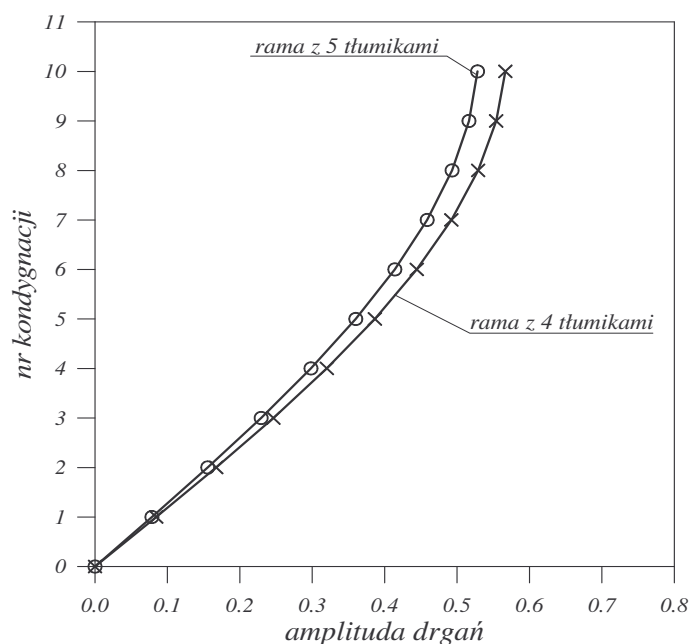
Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Krzywą rezonansową zmodyfikowanej amplitudy drgań stropu ostatniej kondygnacji ramy z optymalnie ustawionymi pięcioma tłumikami pokazano na rys. 18, na którym, dla porównania, pokazano również krzywą rezonansową ramy bez tłumików.

Na rys. 19 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań pięter rozpatrywanej ramy, określone dla $\lambda = \omega_1$. Wartości tych amplitud zestawiono w 3 kolumnie tablicy 3.



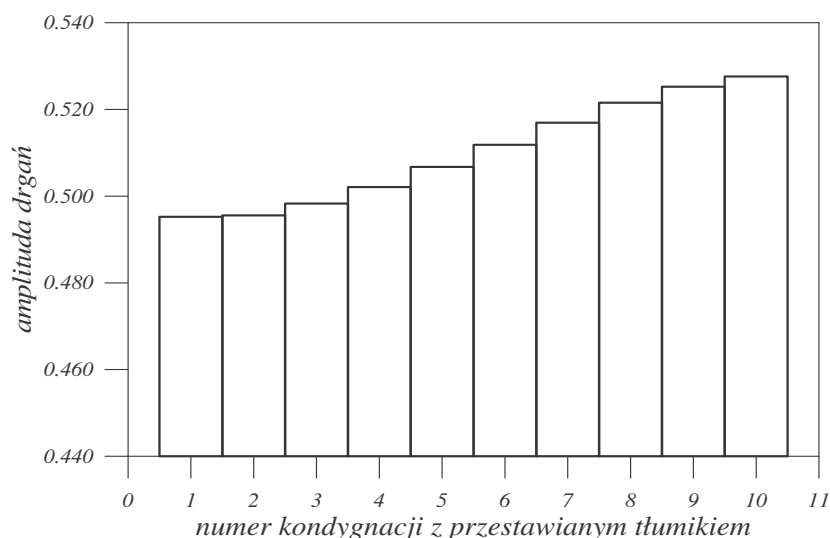
Rys. 18 Krzywe rezonansowe ramy bez oraz z pięcioma optymalnie ustawionymi tłumikami



Rys. 19 Amplitudy drgań rezonansowych układu z czterema oraz z pięcioma tłumikami

8.7 Wyznaczanie optymalnych położenia kolejnych tłumików

Na rys. 20 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia szóstego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem szóstego tłumika jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.495218. Z dotychczasowych obliczeń wynika, że pierwsze sześć tłumików należy umieścić na pierwszej kondygnacji.



Rys. 20 Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia szóstego tłumika

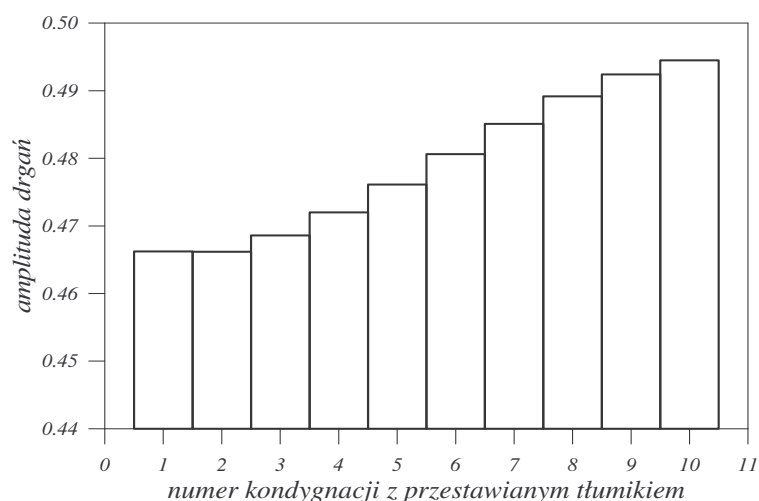
W kolumnie 2 tablicy 4 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań pięter rozpatrywanej ramy, określone dla $\lambda = \omega_1$ jeżeli 6 tłumików jest ustawione na 1 kondygnacji.

Tablica 4 Maksymalne amplitudy drgań ramy z 6 tłumikami i ramy z 7 tłumikami

Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań – rama z 6 tłumikami	Maksymalna amplituda drgań – rama z 7 tłumikami
10	0.495218	0.466175
9	0.484127	0.455735
8	0.462192	0.435088
7	0.429906	0.404696
6	0.387990	0.365241
5	0.337385	0.317608
4	0.279227	0.262868
3	0.214827	0.202259
2	0.145658	0.137178
1	0.073430	0.069127

Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Na rys. 21 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia siódmego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem siódmego tłumika jest druga kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.4661750. Z dotychczasowych obliczeń wynika, że sześć tłumików należy umieścić na pierwszej kondygnacji i jeden na drugiej kondygnacji. W kolumnie 3 tablicy 4 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy; określone dla optymalnego ustawienia siedmiu tłumików drgań.



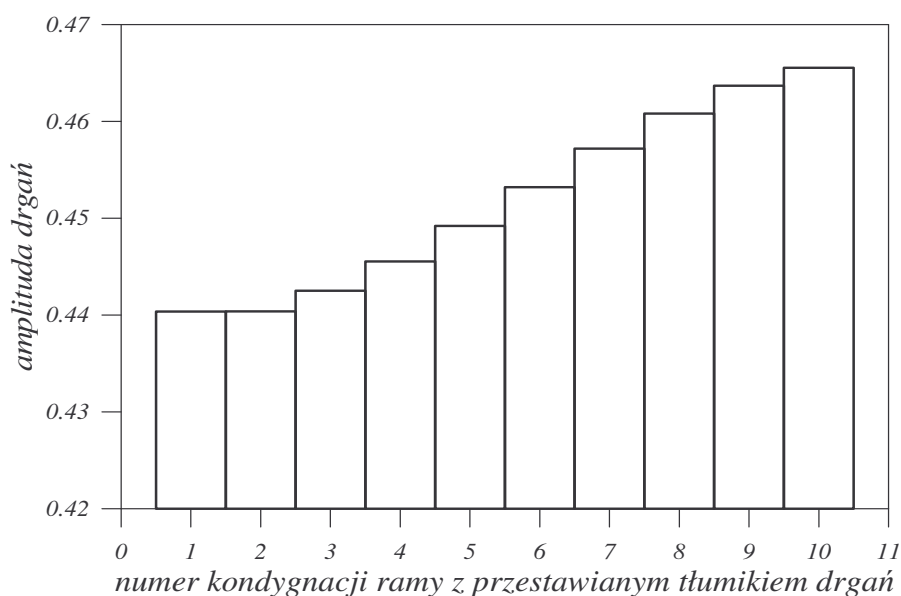
Rys. 21 Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia siódmego tłumika

Na rys. 22 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia ósmego tłumika. Z obliczeń wynika, że optymalnym położeniem ósmego tłumika jest pierwsza kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.440361. Z dotychczasowych obliczeń wynika, że siedem tłumików należy umieścić na pierwszej kondygnacji i jeden na drugiej kondygnacji. W kolumnie 2 tablicy 5 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy; określone dla optymalnego ustawienia ośmiu tłumików drgań.

Tablica 5 Maksymalne amplitudy drgań ramy z 8 tłumikami i ramy z 9 tłumikami

Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań – rama z 8 tłumikami	Maksymalna amplituda drgań – rama z 9 tłumikami
10	0.440361	0.417222
9	0.430491	0.407870
8	0.410972	0.389375
7	0.382240	0.362152
6	0.344942	0.326813
5	0.299914	0.284151
4	0.248170	0.235129

3	0.190885	0.180865
2	0.129390	0.122633
1	0.065135	0.061724



Rys. 22 Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia ósmego tłumika

Na rys. 23 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia dziewiątego tłumika. Z obliczeń wynika, że optymalnym położeniem dziewiątego tłumika jest druga kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.417222. Z dotychczasowych obliczeń wynika, że siedem tłumików należy umieścić na pierwszej kondygnacji i dwa na drugiej kondygnacji. W kolumnie 3 tablicy 5 pokazano maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy; określone dla optymalnego ustawienia dziewięciu tłumików drgań.

Na rys. 24 pokazano jak zmienia się amplituda drgań ostatniej kondygnacji w zależności od ustawienia dziesiątego tłumika. Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że optymalnym położeniem dziesiątego tłumika jest druga kondygnacja. Wartość funkcji celu dla tego położenia tłumika wynosi 0.396435.

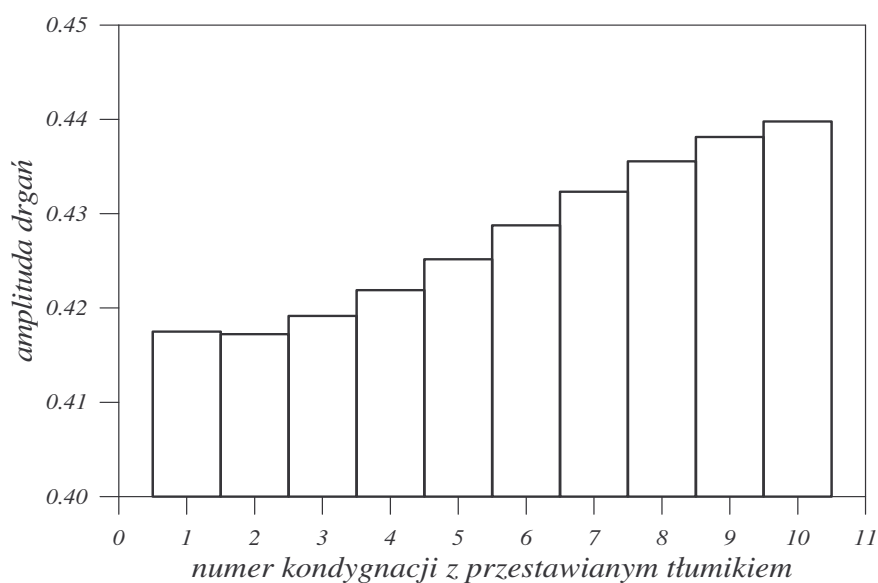
Z dotychczasowych obliczeń wynika, że siedem tłumików należy umieścić na pierwszej kondygnacji i trzy na drugiej kondygnacji. W tablicy 6 zestawiono maksymalne zmodyfikowane amplitudy drgań poszczególnych pięter rozpatrywanej ramy; określone dla optymalnego ustawienia dziesięciu tłumików.

8.8 Rozwiązanie zadania optymalizacji

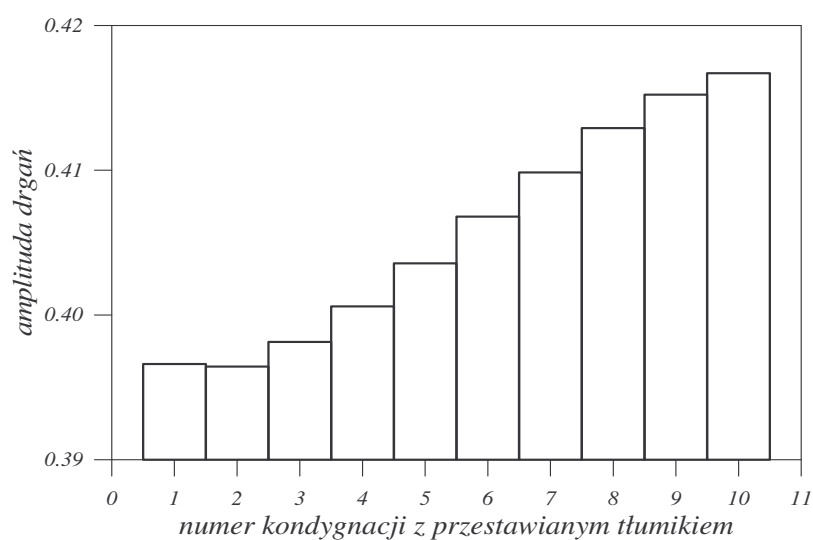
Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że siedem tłumików należy umieścić na pierwszej kondygnacji i trzy na drugiej kondygnacji.

Wartość funkcji celu (maksymalna zmodyfikowana amplituda drgań) wynosi 0.396435. Zmodyfikowane amplitudy drgań pozostałych kondygnacji ramy są podane w tablicy 6.

Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2



Rys. 23 Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia dziewiątego tłumika



Rys. 24 Amplitudy drgań rezonansowych w zależności od położenia dziesiątego tłumika

Tablica 6 Maksymalne amplitudy drgań ramy z 10 tłumikami – (siedem tłumików na pierwszej kondygnacji i trzy tłumiki na drugiej kondygnacji)

Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań
10	0.396435
9	0.387547
8	0.369971
7	0.344100

6	0.310516
5	0.269976
4	0.223395
3	0.171840
2	0.116535
1	0.058668

8.9 Amplitudy drgań ramy z równomiernie rozstawionymi tłumikami

Wykonano również obliczenia ramy z dziesięcioma tłumikami rozstawionymi równomiernie (tzn. w przypadku, kiedy na każdym piętrze znajduje się 1 tłumik). W tablicy 7 zestawiono wartości amplitud drgań ramy z tak ustawionymi tłumikami. Największa amplituda drgań rezonansowych ramy wynosi 0.517214.

Tablica 7 Maksymalne amplitudy drgań ramy z 10 tłumikami rozstawionymi równomiernie

Numer kondygnacji	Maksymalna amplituda drgań
10	0.517214
9	0.505670
8	0.482840
7	0.449230
6	0.405589
5	0.352889
4	0.292300
3	0.225172
2	0.152996
1	0.077379

8.10 Porównanie wyników

Na rys. 25 porównano krzywe rezonansowe ramy bez tłumików oraz ramy z równomiernie i optymalnie rozstawionymi tłumikami.

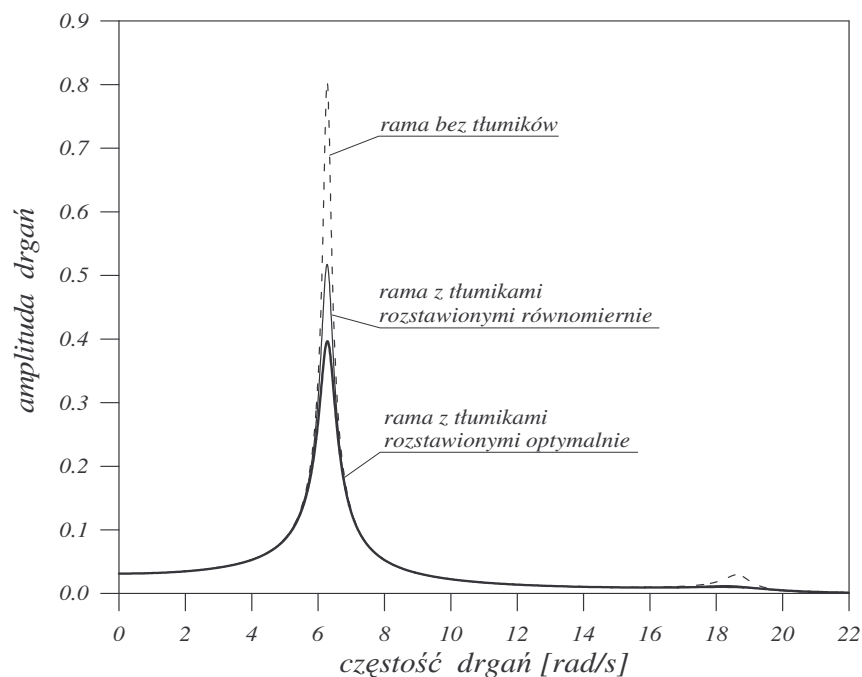
Na rys. 26 porównano amplitudy drgań ramy bez tłumików z amplitudami drgań ramy z tłumikami rozstawionymi równomiernie i z tłumikami rozstawionymi optymalnie w sensie przyjętego kryterium optymalizacji.

Maksymalna zmodyfikowana amplituda drgań ramy z tłumikami ustawionymi optymalnie wynosi 0.396435. Wartość maksymalnej zmodyfikowanej amplitudy ramy bez tłumików drgań jest równa 0.804597. Redukcja maksymalnej amplitudy drgań wynosi wobec tego 50,7%.

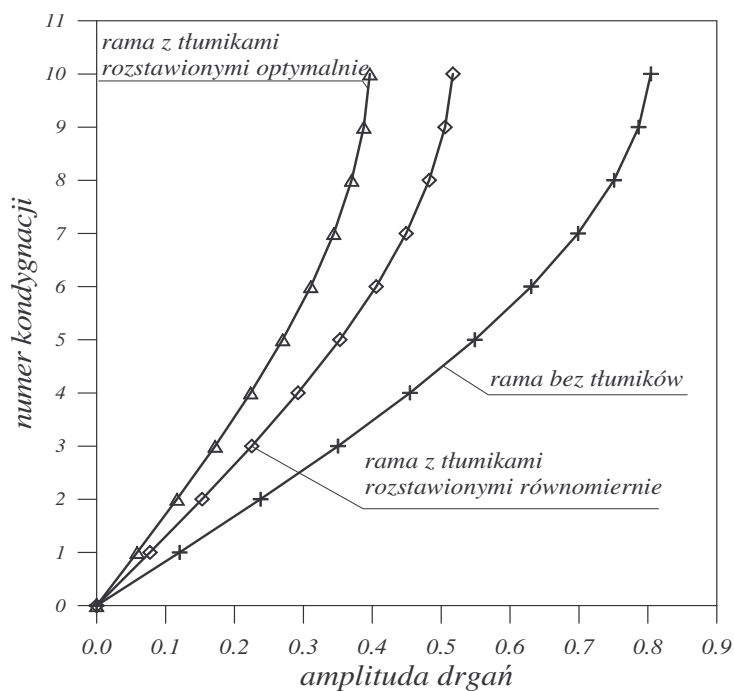
Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Maksymalna amplituda drgań ramy z równomiernie ustawionymi tłumikami wynosi 0.517214 i jest o 35,7% mniejsza od analogicznej amplitudy drgań ramy bez tłumików drgań.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że poprzez odpowiednie ustawienie tłumików na ramie można w istotny sposób (o 15%) zwiększyć stopień redukcji drgań.

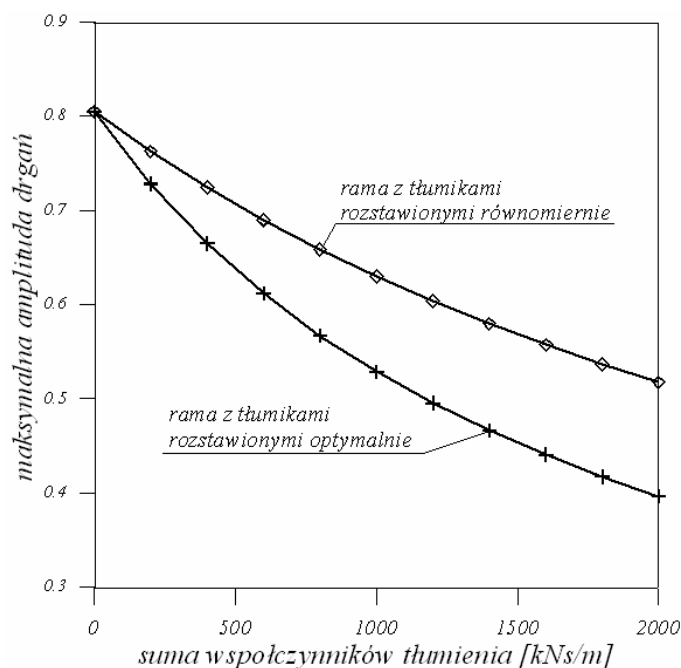


Rys. 25 Krzywe rezonansowe ramy z różnie rozstawionymi tłumikami drgań



Rys. 26 Wartości amplitud drgań rezonansowych układu dla różnego rozstawienia tłumików.

Na rys. 27 pokazano zależność maksymalnej amplitudy drgań rezonansowych od sumy współczynników tłumienia tłumików znajdujących się ramie. Na wspomnianym rysunku dla porównania pokazano również rezultaty obliczeń rama z równomiernie rozstawionymi tłumnikami. W tym przypadku liczba tłumików pozostaje stała, a zmienia się wartość współczynnika tłumienia jednego tłumika.



Rys. 27 Wartości amplitud drgań rezonansowych układu dla różnego rozstawienia tłumików.

8.11 Uwagi końcowe

Do rozwiązania zadania optymalizacji położenia tłumików wiskotycznych z powodzeniem zastosowano metodę optymalizacji sekwencyjnej.

Jako kryterium optymalizacji przyjęto minimalizację maksymalnych zmodyfikowanych amplitud drgań rezonansowych w pierwszej strefie rezonansowej.

W wyniku przeprowadzonych obliczeń, stwierdzono, że optymalnym rozwiązaniem problemu rozmieszczenia dziesięciu wiskotycznych tłumików drgań jest ustawienie:

- siedmiu tłumików na pierwszej kondygnacji i
- trzech tłumików na drugiej kondygnacji.

Maksymalna amplituda drgań rama z optymalnie rozmieszczonymi tłumnikami jest o 50,7% mniejsza od maksymalnej amplitudy drgań rezonansowych rama bez tłumików.

Maksymalna amplituda drgań rama z równomiernie rozmieszczonymi tłumnikami jest o 35,7% mniejsza od maksymalnej amplitudy drgań rezonansowych rama bez tłumików.

Optymalne rozmieszczenie tłumników pozwala na dodatkową redukcję drgań o 15% w stosunku do redukcji drgań uzyskanej za pomocą tłumników rozstawionych równomiernie.

Warto zauważyć, że w konfiguracji optymalnej tłumniki są ustawione tylko na dwóch pierwszych kondygnacjach rama.

Ponadto widać, że zmiany amplitudy drgań są nieliniową funkcją sumy współczynników tłumienia.

9. Wyniki optymalizacji – 2 kryterium optymalizacji (Tobiasz Rynowiecki i Maciej Mańkowski,)

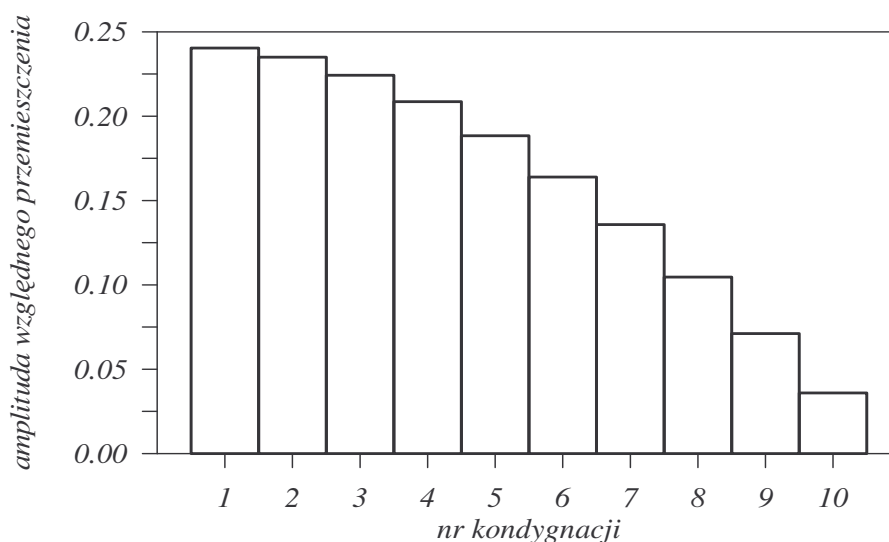
W tej części opracowania opisano wyniki optymalizacji w której posługiwano się drugim kryterium tzn. tłumiki rozmieszczano na ramie w ten sposób, aby zminimalizować maksymalną amplitudę względnych przemieszczeń ramy w 1 obszarze rezonansowym. Przez względne przemieszczenia ramy rozumie się różnicę przemieszczeń poziomych dwóch sąsiednich stropów budynku.

9.1 Wyniki obliczeń ramy bez tłumików

Największą amplitudę względnych przemieszczeń ma strop pierwszej kondygnacji. Jego maksymalna wartość wynosi 0,240385. Najmniejszą amplitudę względnych przemieszczeń ma strop 10 kondygnacji. Wykres tych amplitud pokazano na rys. 28, a ich zestawienie w Tablicy 8.

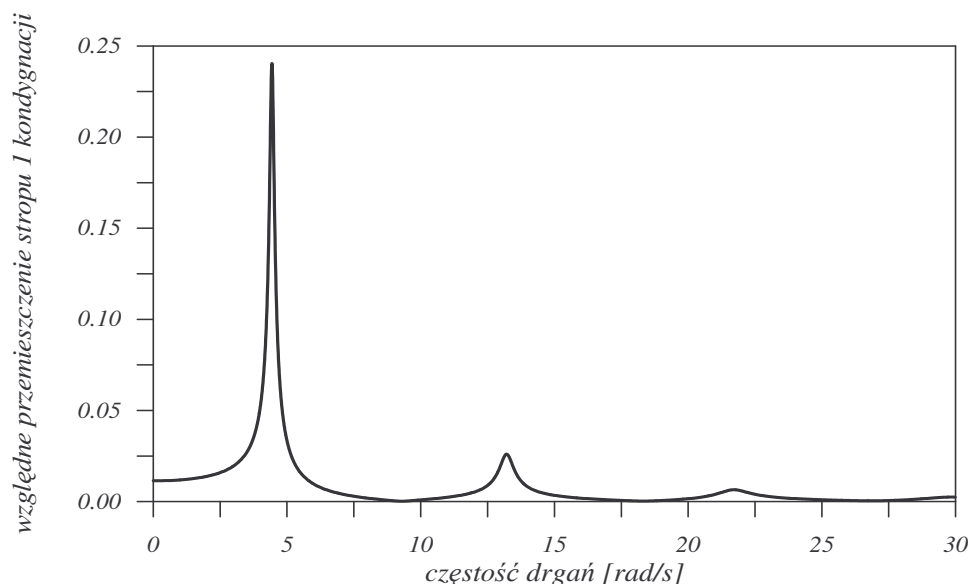
Tablica 8 Amplitudy maksymalnych względnych przemieszczeń

Nr kondygnacji	1	2	3	4	5
Max. względne przemieszczenie	0,24039	0,23493	0,22425	0,20863	0,18836
Nr kondygnacji	6	7	8	9	10
Max. względne przemieszczenie	0,16388	0,13573	0,10454	0,07102	0,03591



Rys. 28 Wykres amplitud względnych poziomych przemieszczeń w zależności od numeru kondygnacji – rama bez tłumików drgań.

Na rys. 29 pokazano krzywą rezonansową ramy bez tłumików. Na osi pionowej odłożono amplitudę drgań pierwszej kondygnacji, która jest równocześnie równa amplitudzie względnych przemieszczeń tej kondygnacji.



Rys. 29 Krzywa rezonansowa względnych przemieszczeń stropu pierwszej kondygnacji – rama bez tłumików

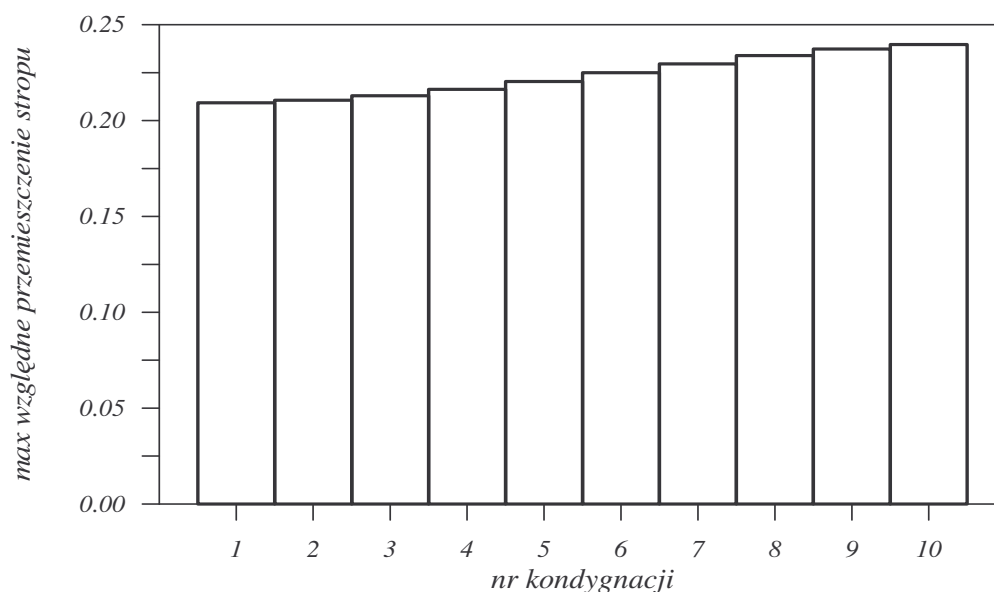
9.2 Wyznaczanie optymalnego położenia pierwszego tłumika drgań

Pierwszy tłumik drgań ustawiano na kolejnych kondygnacjach budynku, wyznaczano dla każdego ustawienia krzywe rezonansowe względnych przemieszczeń wszystkich kondygnacji i ustalano największą amplitudę drgań. Wyniki obliczeń zestawiono w tablicy 9 i pokazano na rys. 30.

Tabela 9 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – ustawianie 1 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (1) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,2092	0,2106	0,2129	0,2163	0,2204	0,2249	0,2296	0,2339	0,2373	0,2396
Δa_2	0,2046	0,2056	0,2081	0,2114	0,2154	0,2198	0,2244	0,2285	0,2319	0,2342
Δa_3	0,1953	0,1964	0,1985	0,2017	0,2056	0,2098	0,2141	0,2181	0,2214	0,2235
Δa_4	0,1817	0,1827	0,1848	0,1875	0,1912	0,1952	0,1992	0,2030	0,2060	0,2080
Δa_5	0,1640	0,1650	0,1668	0,1694	0,1725	0,1762	0,1798	0,1832	0,1860	0,1877
Δa_6	0,1427	0,1435	0,1451	0,1474	0,1502	0,1532	0,1565	0,1594	0,1618	0,1633
Δa_7	0,1182	0,1189	0,1202	0,1221	0,1244	0,1270	0,1295	0,1320	0,1340	0,1353

Δa_8	0,0910	0,0916	0,0926	0,0940	0,0958	0,0978	0,0998	0,1016	0,1032	0,1042
Δa_9	0,0618	0,0622	0,0629	0,0639	0,0651	0,0664	0,0678	0,0691	0,0700	0,0708
Δa_{10}	0,0313	0,0315	0,0318	0,0323	0,0329	0,0336	0,0343	0,0349	0,0354	0,0357
$\Delta \tilde{a}_1$	0,2092	0,2106	0,2129	0,2163	0,2204	0,2249	0,2296	0,2339	0,2373	0,2396



Rys. 30 Zależność maksymalnych względnych przemieszczeń stropu od numeru kondygnacji na której jest umieszczony przestawiany tłumik drgań – rama bez tłumików

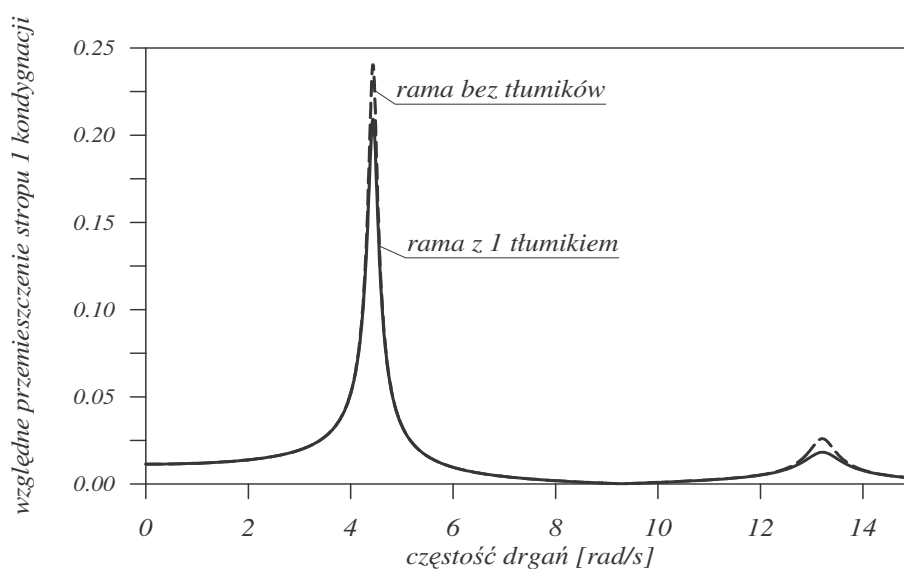
Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że najmniejsze amplitudy drgań przemieszczeń względnych będą wtedy gdy tłumik umieścimy na 1 kondygnacji. Krzywą rezonansową odpowiadającą temu ustawieniu tłumika pokazano na rys. 31, na którym dla porównania, linią przerywaną, pokazano również krzywą rezonansową ramy bez tłumików.

9.3 Wyznaczanie optymalnego położenia drugiego tłumika drgań

Pierwszy tłumik ma ustaloną pozycję – znajduje się na 1 kondygnacji. Drugi tłumik drgań ustawiany jest teraz na kolejnych kondygnacjach budynku. Dla każdego ustawienia wyznacza się krzywe rezonansowe względnych przemieszczeń wszystkich kondygnacji i ustala największą amplitudę drgań. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 10 i pokazano na rys. 32.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że 2 tłumik należy ustawić na 1 kondygnacji.

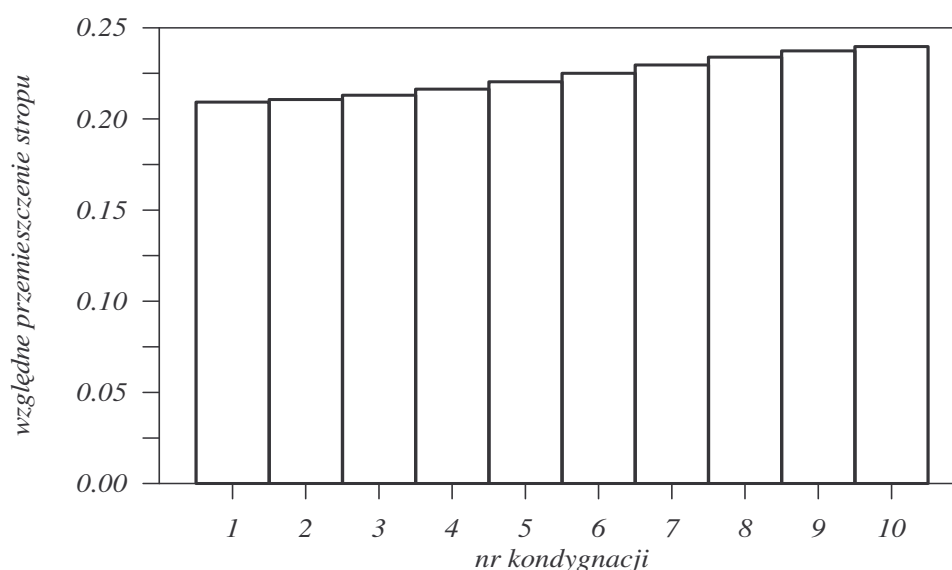
Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2



Rys. 31 Krzywa rezonansowa względnych przemieszczeń stropu 1 kondygnacji – rama z tłumikiem na 1 kondygnacji.

Tabela 10 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 1 tłumik na 1 kondygnacji, ustawianie 2 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (2) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,1850	0,1862	0,1881	0,1907	0,1939	0,1974	0,2010	0,2042	0,2069	0,2086
Δa_2	0,1813	0,1820	0,1840	0,1865	0,1896	0,1930	0,1965	0,1998	0,2023	0,2040
Δa_3	0,1731	0,1739	0,1754	0,1780	0,1810	0,1843	0,1876	0,1907	0,1931	0,1948
Δa_4	0,1610	0,1617	0,1633	0,1654	0,1683	0,1714	0,1745	0,1773	0,1796	0,1812
Δa_5	0,1454	0,1460	0,1474	0,1494	0,1518	0,1547	0,1575	0,1601	0,1622	0,1636
Δa_6	0,1265	0,1270	0,1283	0,1300	0,1322	0,1345	0,1370	0,1393	0,1411	0,1423
Δa_7	0,1048	0,1052	0,1062	0,1077	0,1095	0,1115	0,1134	0,1154	0,1169	0,1178
Δa_8	0,0807	0,0810	0,0818	0,0830	0,0843	0,0859	0,0874	0,0888	0,0900	0,0908
Δa_9	0,0548	0,0550	0,0556	0,0564	0,0573	0,0583	0,0594	0,0604	0,0611	0,0617
Δa_{10}	0,0277	0,0278	0,0281	0,0285	0,0290	0,0295	0,0300	0,0305	0,0309	0,0312
$\Delta \tilde{a}_2$	0,1850	0,1862	0,1881	0,1907	0,1939	0,1974	0,2010	0,2042	0,2069	0,2086



Rys. 32 Wykres zależności max względnych poziomych przemieszczeń stropu od numeru kondygnacji – 1 tłumik znajduje się na 1 kondygnacji a drugi tłumik jest ustawiany na różnych kondygnacjach.

9.4 Wyznaczanie optymalnych położenia kolejnych tłumików drgań

W sposób analogiczny do opisanego powyżej wyznaczono położenia kolejnych tłumików. W tabelach 11 – 18. Z wyników obliczeń zestawionych w powyższych tabelach wynika, że

- trzeci tłumik należy umieścić na 1 kondygnacji,
- czwarty tłumik należy umieścić na 1 kondygnacji,
- piąty tłumik należy umieścić na 1 kondygnacji,
- szósty tłumik należy umieścić na 1 kondygnacji,
- siódmy tłumik należy umieścić na 2 kondygnacji,
- ósmy tłumik należy umieścić na 1 kondygnacji,
- dziewiąty tłumik należy umieścić na 2 kondygnacji,
- dziesiąty tłumik należy umieścić na 2 kondygnacji.

Ostatecznie 7 tłumików należy umieścić na 1 kondygnacji i 3 na 2 kondygnacji.

Tabela 11 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 2 tłumiki na 1 kondygnacji ustawianie 3 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (3) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,1658	0,1668	0,1683	0,1708	0,1729	0,1757	0,1785	0,1811	0,1832	0,1846
Δa_2	0,1630	0,1633	0,1649	0,1669	0,1694	0,1722	0,1749	0,1775	0,1795	0,1808
Δa_3	0,1556	0,1560	0,1573	0,1593	0,1617	0,1643	0,1670	0,1694	0,1714	0,1726
Δa_4	0,1448	0,1451	0,1464	0,1481	0,1504	0,1529	0,1554	0,1576	0,1594	0,1606

Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Δa_5	0,1307	0,1310	0,1322	0,1338	0,1357	0,1380	0,1402	0,1423	0,1440	0,1450
Δa_6	0,1137	0,1140	0,1150	0,1164	0,1181	0,1200	0,1220	0,1238	0,1252	0,1262
Δa_7	0,0942	0,0944	0,0952	0,0964	0,0978	0,0994	0,1010	0,1025	0,1037	0,1045
Δa_8	0,0726	0,0727	0,0734	0,0743	0,0754	0,0766	0,0778	0,0789	0,0799	0,0805
Δa_9	0,0493	0,0494	0,0498	0,0504	0,0512	0,0520	0,0529	0,0536	0,0542	0,0547
Δa_{10}	0,0249	0,0250	0,0252	0,0255	0,0259	0,0263	0,0267	0,0271	0,0274	0,0276
$\Delta \tilde{a}_3$	0,1658	0,1668	0,1683	0,1704	0,1729	0,1757	0,1785	0,1811	0,1832	0,1846

Tabela 12 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 3 tłumiki na 1 kondygnacji ustawianie 4 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (4) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,1502	0,1510	0,1522	0,1539	0,1560	0,1583	0,1606	0,1626	0,1643	0,1654
Δa_2	0,1482	0,1482	0,1495	0,1512	0,1532	0,1555	0,1578	0,1598	0,1615	0,1626
Δa_3	0,1415	0,1416	0,1426	0,1444	0,1463	0,1485	0,1506	0,1526	0,1542	0,1552
Δa_4	0,1317	0,1317	0,1328	0,1342	0,1361	0,1381	0,1402	0,1420	0,1435	0,1444
Δa_5	0,1189	0,1190	0,1199	0,1212	0,1228	0,1247	0,1265	0,1282	0,1295	0,1304
Δa_6	0,1034	0,1035	0,1043	0,1055	0,1069	0,1084	0,1101	0,1115	0,1127	0,1135
Δa_7	0,0857	0,0857	0,0864	0,0874	0,0886	0,0898	0,0911	0,0924	0,0933	0,0940
Δa_8	0,0660	0,0660	0,0666	0,0673	0,0682	0,0692	0,0702	0,0711	0,0719	0,0724
Δa_9	0,0448	0,0448	0,0452	0,0457	0,0463	0,0470	0,0477	0,0483	0,0488	0,0492
Δa_{10}	0,0227	0,0227	0,0229	0,0231	0,0234	0,0238	0,0241	0,0244	0,0247	0,0248
$\Delta \tilde{a}_4$	0,1502	0,1510	0,1522	0,1539	0,1560	0,1582	0,1606	0,1626	0,1643	0,1654

Tabela 13 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 4 tłumiki na 1 kondygnacji ustawianie 5 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (5) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Δa_1	0,1373	0,1379	0,1389	0,1403	0,1420	0,1439	0,1459	0,1476	0,1490	0,1499
Δa_2	0,1361	0,1359	0,1370	0,1384	0,1401	0,1420	0,1439	0,1456	0,1470	0,1479
Δa_3	0,1300	0,1299	0,1307	0,1322	0,1338	0,1356	0,1374	0,1391	0,1404	0,1412
Δa_4	0,1210	0,1208	0,1217	0,1228	0,1245	0,1262	0,1278	0,1294	0,1306	0,1314
Δa_5	0,1092	0,1091	0,1099	0,1110	0,1123	0,1139	0,1154	0,1168	0,1179	0,1186
Δa_6	0,0950	0,0949	0,0956	0,0966	0,0978	0,0990	0,1004	0,1016	0,1026	0,1032
Δa_7	0,0787	0,0786	0,0792	0,0800	0,0810	0,0821	0,0831	0,0842	0,0850	0,0855
Δa_8	0,0606	0,0605	0,0610	0,0616	0,0624	0,0632	0,0640	0,0648	0,0654	0,0658
Δa_9	0,0412	0,0411	0,0414	0,0419	0,0424	0,0429	0,0435	0,0440	0,0444	0,0447
Δa_{10}	0,0208	0,0208	0,0210	0,0212	0,0214	0,0217	0,0220	0,0223	0,0225	0,0226
$\Delta \tilde{a}_5$	0,1373	0,1379	0,1389	0,1403	0,1420	0,1439	0,1459	0,1476	0,1490	0,1499

Tabela 14 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 5 tłumików na 1 kondygnacji ustawianie 6 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (6) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,1265	0,1269	0,1277	0,1289	0,1304	0,1320	0,1336	0,1351	0,1363	0,1371
Δa_2	0,1261	0,1256	0,1266	0,1278	0,1293	0,1309	0,1325	0,1340	0,1351	0,1359
Δa_3	0,1204	0,1201	0,1208	0,1220	0,1234	0,1230	0,1265	0,1279	0,1290	0,1298
Δa_4	0,1120	0,1117	0,1125	0,1134	0,1148	0,1163	0,1177	0,1190	0,1200	0,1207
Δa_5	0,1011	0,1009	0,1015	0,1025	0,1036	0,1050	0,1062	0,1074	0,1084	0,1090
Δa_6	0,0880	0,0878	0,0883	0,0892	0,0902	0,0912	0,0924	0,0935	0,0943	0,0948
Δa_7	0,0729	0,0727	0,0732	0,0739	0,0747	0,0756	0,0765	0,0774	0,0781	0,0785
Δa_8	0,0561	0,0560	0,0564	0,0569	0,0575	0,0582	0,0590	0,0596	0,0602	0,0605
Δa_9	0,0381	0,0380	0,0383	0,0386	0,0391	0,0396	0,0401	0,0405	0,0408	0,0411
Δa_{10}	0,0193	0,0192	0,0194	0,0195	0,0198	0,0200	0,0203	0,0205	0,0207	0,0208
$\Delta \tilde{a}_6$	0,1265	0,1269	0,1277	0,1289	0,1304	0,1320	0,1336	0,1351	0,1363	0,1371

Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Tabela 15 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 6 tłumików na 1 kondygnacji ustawianie 7 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (7) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,1172	0,1175	0,1182	0,1193	0,1205	0,1219	0,1233	0,1246	0,1256	0,1263
Δa_2	0,1176	0,1170	0,1178	0,1189	0,1202	0,1215	0,1229	0,1242	0,1252	0,1258
Δa_3	0,1123	0,1118	0,1124	0,1135	0,1147	0,1161	0,1174	0,1186	0,1196	0,1202
Δa_4	0,1045	0,1040	0,1047	0,1055	0,1067	0,1080	0,1092	0,1103	0,1112	0,1118
Δa_5	0,0944	0,0939	0,0945	0,0954	0,0963	0,0975	0,0986	0,0996	0,1004	0,1009
Δa_6	0,0822	0,0817	0,0822	0,0830	0,0838	0,0847	0,0858	0,0867	0,0874	0,0878
Δa_7	0,0681	0,0677	0,0681	0,0687	0,0694	0,0702	0,0710	0,0718	0,0724	0,0728
Δa_8	0,0524	0,0521	0,0525	0,0529	0,0535	0,0541	0,0547	0,0552	0,0557	0,0560
Δa_9	0,0356	0,0354	0,0356	0,0360	0,0363	0,0368	0,0372	0,0376	0,0378	0,0381
Δa_{10}	0,0180	0,0179	0,0180	0,0182	0,0184	0,0186	0,0188	0,0190	0,0192	0,0192
$\Delta \tilde{a}_7$	0,1176	0,1175	0,1182	0,1193	0,1205	0,1219	0,1233	0,1246	0,1256	0,1262

Tabela 16 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 6 tłumików na 1 kondygnacji, 1 na 2 kondygnacji ustawianie 8 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (8) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,10940	0,10972	0,1103	0,1112	0,1124	0,1136	0,1148	0,1159	0,1167	0,1173
Δa_2	0,10967	0,10908	0,1099	0,1108	0,1119	0,1131	0,1143	0,1154	0,1163	0,1168
Δa_3	0,10480	0,10443	0,1049	0,1059	0,1069	0,1081	0,1092	0,1103	0,1111	0,1116
Δa_4	0,09753	0,09716	0,0977	0,0984	0,0995	0,1006	0,1016	0,1026	0,1034	0,1039
Δa_5	0,08808	0,08772	0,0882	0,0889	0,0897	0,0908	0,0917	0,0926	0,0933	0,0938
Δa_6	0,07664	0,07631	0,0767	0,0774	0,0781	0,0789	0,0798	0,0806	0,0812	0,0816
Δa_7	0,06349	0,06320	0,0636	0,0641	0,0647	0,0654	0,0661	0,0667	0,0672	0,0676
Δa_8	0,04891	0,04868	0,0490	0,0494	0,0498	0,0504	0,0509	0,0514	0,0518	0,0520

Optymalne rozmieszczenie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Δa_9	0,03323	0,03307	0,0333	0,0335	0,0339	0,0342	0,0346	0,0349	0,0352	0,0354
Δa_{10}	0,01680	0,01672	0,0168	0,0170	0,0171	0,0173	0,0175	0,0177	0,0178	0,0179
$\Delta \tilde{a}_8$	0,10967	0,10972	0,1103	0,1112	0,1124	0,1136	0,1147	0,1159	0,1167	0,1173

Tabela 17 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 7 tłumików na 1 kondygnacji, 1 na 2 kondygnacji ustawianie 9 tłumika drgań

Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (9) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,1024	0,10265	0,1031	0,1040	0,1049	0,1060	0,1070	0,1080	0,1087	0,1092
Δa_2	0,1034	0,1026	0,1034	0,1042	0,1052	0,1062	0,1073	0,1082	0,1090	0,1095
Δa_3	0,0989	0,0983	0,0987	0,0996	0,1005	0,1015	0,1025	0,1034	0,1042	0,1046
Δa_4	0,0920	0,0914	0,0919	0,0926	0,0935	0,0944	0,0954	0,0962	0,0970	0,0974
Δa_5	0,0831	0,0826	0,0830	0,0836	0,0844	0,0853	0,0861	0,0869	0,0875	0,0879
Δa_6	0,0723	0,0718	0,0722	0,0728	0,0735	0,0741	0,0750	0,0756	0,0762	0,0765
Δa_7	0,0599	0,0595	0,0598	0,0603	0,0608	0,0615	0,0620	0,0626	0,0631	0,0634
Δa_8	0,0461	0,0458	0,0461	0,0464	0,0469	0,0474	0,0478	0,0482	0,0486	0,0488
Δa_9	0,0313	0,0312	0,0313	0,0316	0,0318	0,0322	0,0325	0,0328	0,0330	0,0332
Δa_{10}	0,0156	0,0158	0,0158	0,0160	0,0161	0,0163	0,0164	0,0166	0,0167	0,0168
$\Delta \tilde{a}_9$	0,1034	0,10265	0,1034	0,1042	0,1052	0,1062	0,1073	0,1082	0,1090	0,1095

Tabela 18 Maksymalne względne przemieszczenia kondygnacji – 7 tłumików na 1 kondygnacji, 2 na 2 kondygnacji ustawianie 10 tłumika drgań

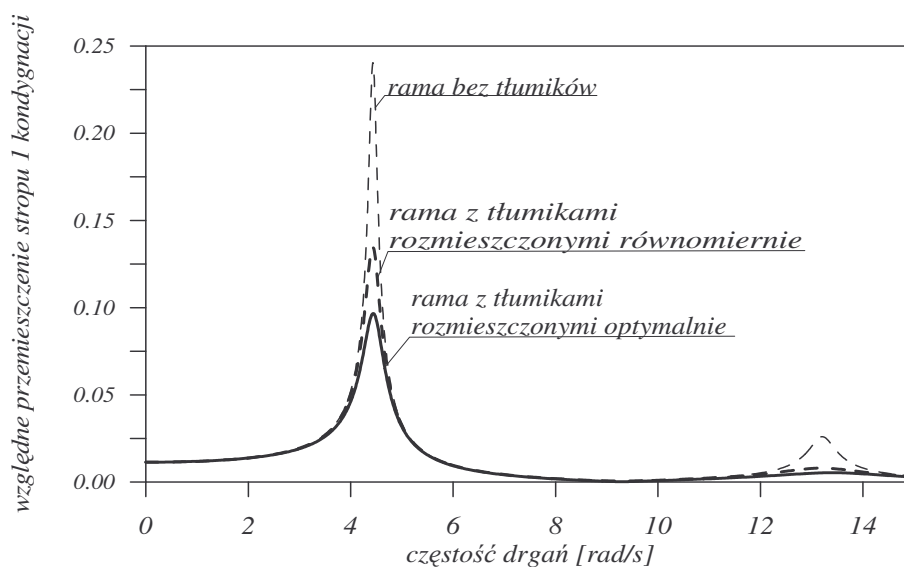
Ampl. wzgl. przem. stropu	Nr kondygnacji na której znajduje się przestawiany (10) tłumik									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Δa_1	0,0963	0,09663	0,0971	0,0978	0,0986	0,0996	0,1005	0,1013	0,1020	0,1024
Δa_2	0,0971	0,09640	0,0971	0,0978	0,0987	0,0996	0,1006	0,1014	0,1020	0,1025
Δa_3	0,0930	0,09254	0,0929	0,0936	0,0945	0,0954	0,0963	0,0971	0,0977	0,0981
Δa_4	0,0865	0,08610	0,0865	0,0870	0,0879	0,0887	0,0896	0,0903	0,0909	0,0913

Optymalne rozmieszczanie wiskotycznych tłumików drgań – część 2

Δa_5	0,0782	0,07775	0,0781	0,0787	0,0793	0,0801	0,0809	0,0815	0,0821	0,0824
Δa_6	0,0680	0,06766	0,0679	0,0684	0,0690	0,0696	0,0704	0,0710	0,0714	0,0717
Δa_7	0,0563	0,05604	0,0563	0,0567	0,0572	0,0577	0,0582	0,0588	0,0592	0,0594
Δa_8	0,0434	0,04317	0,0434	0,0437	0,0441	0,0445	0,0449	0,0452	0,0456	0,0458
Δa_9	0,0295	0,02933	0,0295	0,0297	0,0299	0,0302	0,0305	0,0308	0,0309	0,0311
Δa_{10}	0,0149	0,01483	0,0149	0,0150	0,0151	0,0153	0,0154	0,0155	0,0157	0,0157
$\Delta \tilde{a}_{10}$	0,0971	0,09663	0,0971	0,0978	0,0987	0,0996	0,1006	0,1014	0,1021	0,1025

Wykonano również obliczenia ramy z równomiernie rozmieszczonymi tłumikami. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 19.

Na rys. 33 pokazano krzywe rezonansowe przemieszczenia 1 kondygnacji odpowiednio ramy bez tłumików (linia przerywana), ramy z optymalnie (w sensie przyjętego kryterium) rozmieszczonymi tłumikami drgań oraz ramy z równomiernie rozmieszczonymi tłumikami.



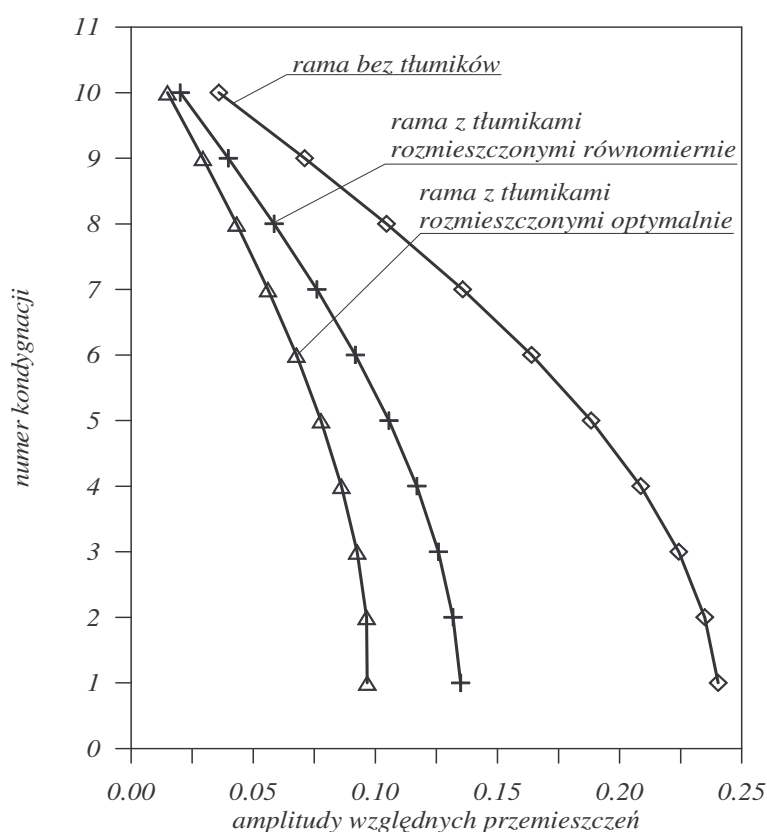
Rys.33 Krzywych rezonansowe względnych przemieszczeń stropu pierwszej kondygnacji ramy bez tłumików, ramy z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie i ramy z tłumikami rozmieszczonymi optymalnie

Tablica 19 Amplitudy maksymalnych względnych przemieszczeń – równomierne rozmieszczenie tłumików na ramie

Nr kondygnacji	1	2	3	4	5
Max. względne przemieszczenie	0,13490	0,13180	0,12577	0,11696	0,10555
Nr kondygnacji	6	7	8	9	10

Max. względne przemieszczenie	0,09180	0,07601	0,05854	0,03976	0,02010
-------------------------------	---------	---------	---------	---------	---------

Na rys. 34 pokazano w jaki sposób zmieniają się amplitudy względnych przemieszczeń na wysokości budynku. Porównano na nim amplitudy względnych przemieszczeń ramy bez tłumików, ramy z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie i ramy z optymalnie rozmieszczonymi tłumikami.



Rys.34 Względne przemieszczenia stropów ramy bez tłumików, ramy z tłumikami rozmieszczonymi równomiernie i ramy z tłumikami optymalnie rozmieszczonymi

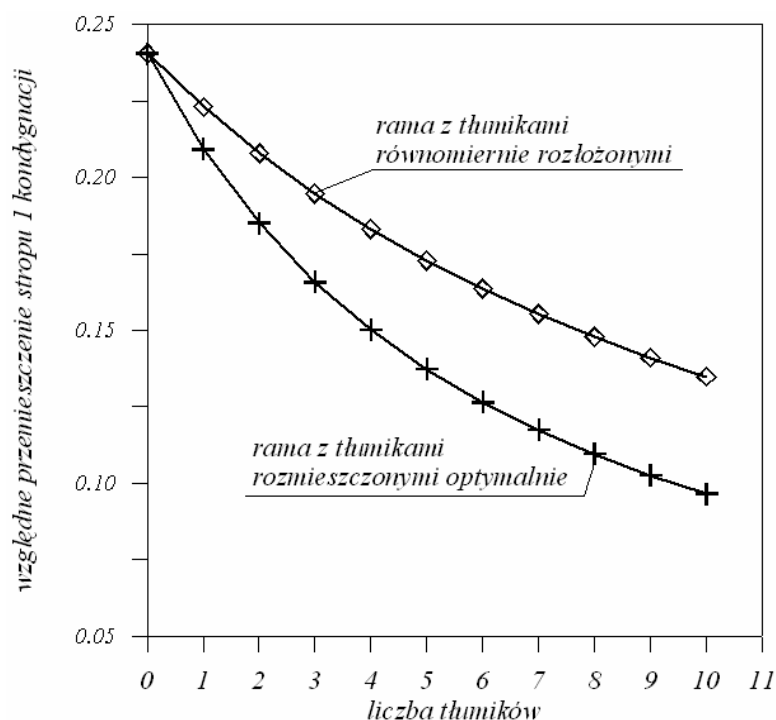
9.5 Omówienie wyników optymalizacji

Ustawienie 7 tłumików na pierwszej kondygnacji i 3 tłumików na drugiej kondygnacji jest poszukiwanym rozwiązaniem rozpatrywanego zadania optymalizacji. Identyczny wynik uzyskano stosując 1 kryterium optymalizacji. Przy takim ustawieniu tłumików amplituda maksymalnego względnego przemieszczenia ramy jest równa 0,09663 i jest o 59,8 % mniejsza od amplitudy maksymalnego przemieszczenia ramy bez tłumików. Amplituda maksymalnego przemieszczenia ramy bez tłumików wynosi 0,24039.

Jeżeli tłumiki są rozmieszczone równomiernie to amplituda maksymalnego względnego przemieszczenia ramy wynosi 0,13490 i jest o 43,9 % mniejsza od omawianej amplitudy drgań ramy bez tłumików. Dzięki optymalnemu ustawieniu tłumików drgań można zwiększyć stopień redukcji drgań o 15,9 %.

Widać, że w rozwiązaniu optymalnym mamy do czynienia z koncentracją tłumików na 2 pierwszych kondygnacjach ramy.

Na rys. 35 pokazano zależność maksymalnej względnej amplitudy drgań rezonansowych od sumy współczynników tłumienia tłumików znajdujących się ramie. Na wspomnianym rysunku dla porównania pokazano również rezultaty obliczeń ramy z równomiernie rozstawionymi tłumikami. W tym przypadku liczba tłumików pozostaje stała, a zmienia się wartość współczynnika tłumienia jednego tłumika.



Rys.35 Zależność względnych przemieszczenia stropów od liczby tłumików rozmieszczonych na ramie

Momenty zginające w słupach powstające na skutek względnych przemieszczeń stropów są liniowo zależne od wspomnianych przemieszczeń. Oznacza to, że redukcja momentów wyniesie tyle samo co redukcja względnych przemieszczeń.

Z przeprowadzonych obliczeń wynika, że słupy 1 kondygnacji doznają największych względnych przemieszczeń. Dzieje się tak zarówno w ramie z optymalnie rozmieszczonymi tłumikami, równomiernie ustawionymi tłumikami i bez tłumików.

Poszukiwanie optymalnego ustawienia ma sens; efekty uzyskane przy równomiernym ustawieniu 10 tłumików są porównywalne z efektami jakie uzyskano przy optymalnym ustawieniu 5 tłumików.

Literatura

- [1] R. Lewandowski, *Dynamika konstrukcji budowlanych*, Wydawnictwo Politechniki Poznańskiej, Poznań, 2006.