

NEURONOWY FILTR KALMANA W AKTYWNEJ REDUKCJI DRGAŃ KONSTRUKCJI BUDOWLANYCH

Maciej Przychodzki, Roman Lewandowski

Politechnika Poznańska, Instytut konstrukcji Budowlanych
ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań
e-mail: {maciej.przychodzki, roman.lewandowski}@put.poznan.pl,

Abstract: *This paper is devoted to research on using artificial neural networks as the neural Kalman filters. The Kalman filters are widely used in the active control of building structures. There are described two types of neural networks worked as Kalman filters: linear neural filters and two-layer feedforward neural networks. The neural Kalman filters were tested in simulations of the active control of the building structure model. The results of numerical computations are presented in this paper.*

1. WPROWADZENIE

Problem drgań smukłych, wysokich konstrukcji budowlanych oraz sposoby ich redukcji należą do zagadnień wzbudzających szczególne zainteresowanie środowisk inżynierskich i naukowych w ostatnich latach. Dzięki rozwojowi technologicznemu w budownictwie wysokość obiektów budowlanych przestała być znaczącym ograniczeniem. Jednakże konstruowanie i późniejsza eksploatacja budowli o dużych wysokościach są ściśle powiązane z koniecznością zastosowania rozwiązań technicznych skutecznie ograniczających negatywne wpływy obciążeń środowiskowych wzbudzających drgania konstrukcji. Do najczęstszych tego typu obciążeń dynamicznych należą oddziaływania wiatru bądź wymuszenia kinematyczne spowodowane ruchami tektonicznymi. W przypadku smukłych obiektów budowlanych o znacznych wysokościach nawet działanie wiatru o niewielkiej sile może znacznie ograniczyć komfort ich eksploatacji, a w skrajnych przypadkach doprowadzić do ich uszkodzenia bądź zniszczenia.

Spośród znanych metod ograniczania drgań konstrukcji na szczególną uwagę zasługuje tak zwana aktywna redukcja drgań [1]. Metoda ta oparta jest na klasycznej teorii sterowania wykorzystywanej we współczesnej automatyce. Zasadnicza idea tej metody polega na rozmieszczeniu w obiekcie budowlanym, poddanym losowym wymuszeniom dynamicznym układu wzbudników generujących dodatkowe siły działające na konstrukcję, w celu ograniczenia drgań obiektu do oczekiwanego poziomu. Wartości sił, jakie muszą zostać wygenerowane przez system redukcji drgań obliczane są na podstawie aktualnego stanu dynamicznego konstrukcji. Zatem aby siły regulacji drgań mogły być obliczone poprawnie, wymagana jest znajomość pełnego wektora zmiennych stanu powiązanych ze wszystkimi

stopniami dynamicznej swobody układu. Jednakże w przypadku układów o wielu stopniach swobody pomiar wszystkich zmiennych stanu jest kłopotliwy, często bywa kosztowny, a w wielu przypadkach wprost niemożliwy. Stąd też poszukuje się rozwiązań umożliwiających sprowadzenie liczby mierzonych elementów wektora stanu konstrukcji do niezbędnego minimum. Skutecznym narzędziem wykorzystywanym w tym celu jest tak zwany filtr Kalmana [6]. Filtr ten umożliwia estymację pełnego wektora stanu na podstawie pomiarów wybranych jego elementów. Należy podkreślić, że przy obliczaniu składowych wektora stanu za pomocą filtru Kalmana uwzględniane mogą być również wpływy zewnętrznych oddziaływań losowych oraz zakłóceń pomiarów. Jednak do poprawnego działania filtru konieczna jest znajomość charakterystyk probabilistycznych wspomnianych wcześniej wpływów. Ponadto algorytm obliczeń tej metody wymaga rozwiązania algebraicznego równania Riccati'ego. Niestety dotychczas opracowane metody rozwiązywania tego typu równań nie w każdym przypadku są skuteczne. Dlatego też poszukiwanie innych sposobów estymacji pełnego wektora stanu układu dynamicznego na podstawie danych z pomiarów w ograniczonej liczbie punktów wydaje się być uzasadnione. Jednym z rozwiązań może być zastosowanie jednokierunkowych sztucznych sieci neuronowych. Jak wiadomo dwuwarstwowe sieci neuronowe pozwalają na realizację dowolnego odwzorowania [4]. W przypadku odwzorowań liniowych wystarczające jest zastosowanie jednowarstwowych filtrów neuronowych. W niniejszym opracowaniu omawia się możliwości zastosowania sztucznych sieci neuronowych do estymacji stanu dynamicznego konstrukcji. W algorytmie metody aktywnej redukcji drgań wspomniana sieć neuronowa zastępuje filtr Kalmana.

2. AKTYWNA REDUKCJA DRGAŃ

Równanie ruchu konstrukcji traktowanej jako układ dyskretny poddany działaniu obciążeń zewnętrznych oraz sił regulacji drgań można przedstawić w postaci:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \tilde{\mathbf{B}}\mathbf{u}(t) + \tilde{\mathbf{D}}\mathbf{f}(t). \quad (1)$$

Symbole \mathbf{M} , \mathbf{C} i \mathbf{K} oznaczają odpowiednio macierze mas, tłumienia i sztywności układu, natomiast \mathbf{q} jest wektorem przemieszczeń. Po prawej stronie równania znajduje się wektor obciążeń zewnętrznych \mathbf{f} oraz wektor sił regulacji drgań \mathbf{u} . Symbolami $\tilde{\mathbf{B}}$ i $\tilde{\mathbf{D}}$ oznaczone są odpowiednio macierze lokalizacji sił regulacji i obciążeń. Jednakże w sformułowaniu problemu redukcji drgań wygodniej jest korzystać z równania ruchu zapisanego w przestrzeni stanu. Równanie to ma następującą postać [1]:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{D}\mathbf{f}(t), \quad \mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0, \quad (2)$$

gdzie

$$\mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

jest $2n$ -wymiarowym wektorem stanu (n - liczba stopni swobody dynamicznej). Pozostałe elementy równania (2) są opisywane zależnościami:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{B}} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}\tilde{\mathbf{D}} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Klasyczne ujęcie zagadnienia aktywnej redukcji drgań oparte jest na teorii matematycznej optymalizacji. Funkcjonał celu, jaki jest przyjmowany do wyznaczenia optymalnych sił regulacji drgań ma postać [1]:

$$J = \int_0^{T_f} [\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)] dt, \quad (6)$$

gdzie \mathbf{Q} i \mathbf{R} są macierzami wagowymi kształtującymi relacje kosztów redukcji drgań do jej efektów, co przekłada się na stosunek sił regulacji do zmiennych wektora stanu. Należy jednak zwrócić uwagę na to, że wektor \mathbf{u} i \mathbf{q} nie mogą być określane tylko z warunku minimalizacji funkcjonału J , ale muszą również spełniać równanie ruchu układu dynamicznego (2). Dlatego stosuje się metodę optymalizacji z ograniczeniami, z wykorzystaniem mnożników Lagrange'a [2]. Szereg przekształceń matematycznych prowadzi do macierzowego równania Riccati'ego o postaci [1]:

$$\mathbf{P}\mathbf{A} - \frac{1}{2}\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + \mathbf{A}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = \mathbf{0}. \quad (7)$$

Rozwiązaniem równania (7) jest macierz \mathbf{P} . Ostatecznie wektor sił regulacji drgań oblicza się ze wzoru:

$$\mathbf{u}(t) = -\frac{1}{2}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P}\mathbf{z}(t). \quad (8)$$

Wektor $\mathbf{u}(t)$ jest zatem wynikiem liniowego odwzorowania wektora stanu układu dynamicznego. W związku z tym poprawne i możliwie dokładne określenie wszystkich elementów wektora $\mathbf{z}(t)$ ma istotny wpływ na skuteczność aktywnej redukcji drgań.

3. NEURONOWY FILTR KALMANA

3.1. Sformułowanie filtru Kalmana do bieżącej estymacji stanu układu

Filtr Kalmana jest najczęściej stosowanym, a zarazem cechującym się wysoką skutecznością, narzędziem do estymacji pełnego wektora stanu układu dynamicznego na podstawie danych z pomiarów wybranych jego elementów. Wyprowadzenie równań filtru Kalmana korzystnie jest rozpocząć od zapisania równań stanu, w których czas traktowany jest jako zmienna dyskretna. W tym ujęciu na osi czasu t wybiera się chwile $t_k = k\Delta t$ ($k=1, 2, \dots$), których dotyczą równania stanu z czasem dyskretnym. Chwile t_k rozumiane są jako chwile pomiaru (próbki) wybranych składowych wektora stanu $\mathbf{z}(t)$. Omawiane równania stanu można wyrazić następująco [6]:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(k+1) &= \mathbf{G}\mathbf{z}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k) \\ \mathbf{y}(k) &= \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{z}(k) + \mathbf{e}(k) \end{aligned} \quad (9)$$

Wektor $\mathbf{y}(k)$ jest wektorem odpowiedzi dynamicznego układu w chwili k . Składa się on z l pomierzonych zmiennych stanu układu. Macierz $\tilde{\mathbf{C}}$ opisuje lokalizację czujników pomiarowych. Macierze \mathbf{G} oraz \mathbf{H} wyznacza się z zależności [6]:

$$\begin{aligned}\mathbf{G} &= e^{A^T}, \\ \mathbf{H} &= (\mathbf{G} - \mathbf{I})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}.\end{aligned}\quad (10)$$

Symbole $\mathbf{w}(k)$ i $\mathbf{e}(k)$ występujące w równaniu (9) oznaczają odpowiednio wektory losowych wpływów zewnętrznych i zakłóceń pomiarów. W trakcie wyprowadzania końcowej postaci równań opisujących filtr Kalmana przyjmuje się szereg założeń [6]. Najistotniejsze założenia dotyczą charakterystyk probabilistycznych procesów $\mathbf{w}(k)$ i $\mathbf{e}(k)$. Ostatecznie wektor estymacji stanu dynamicznego układu $\tilde{\mathbf{z}}(k+1)$ oblicza się ze wzorów [6]:

$$\begin{aligned}\tilde{\mathbf{z}}(k+1) &= \mathbf{x}(k+1) + \mathbf{K}_e \left[\mathbf{y}(k+1) - \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k+1) \right], \\ \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{G}\tilde{\mathbf{z}}(k) + \mathbf{H}\mathbf{u}(k)\end{aligned}\quad (11)$$

gdzie macierz \mathbf{K}_e przyjmuje postać:

$$\mathbf{K}_e = \mathbf{N}\tilde{\mathbf{C}}^T \left(\mathbf{S} + \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{N}\tilde{\mathbf{C}}^T \right)^{-1}.\quad (12)$$

Występującą we wzorze (12) macierz \mathbf{N} oblicza się rozwiązując równanie Riccati'ego:

$$\mathbf{N} = \mathbf{T} + \mathbf{G}\mathbf{N}\mathbf{G}^T - \mathbf{G}\mathbf{N}\tilde{\mathbf{C}}^T \left(\mathbf{S} + \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{N}\tilde{\mathbf{C}}^T \right)^{-1} \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{N}\mathbf{G}^T.\quad (13)$$

Symbolami \mathbf{S} i \mathbf{T} oznaczone są odpowiednio macierze kowariancji procesów $\mathbf{e}(k)$ i $\mathbf{w}(k)$.

Reasumując można stwierdzić, że sposób działania filtru Kalmana jest stosunkowo prosty, gdyż sprowadza się do uzupełnienia wartości zmiennych stanu wyliczonych z równania ruchu poprawkami wynikającymi z różnic między wektorami $\mathbf{y}(k+1)$ i $\tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k+1)$ za pośrednictwem macierzy \mathbf{K}_e . Jednak samo wyznaczenie macierzy \mathbf{K}_e wymaga znajomości macierzy \mathbf{S} i \mathbf{T} oraz rozwiązania równania Riccati'ego, co może stanowić dość istotne utrudnienie, zwłaszcza gdy obiektem regulacji jest konstrukcja o dużej liczbie stopni swobody.

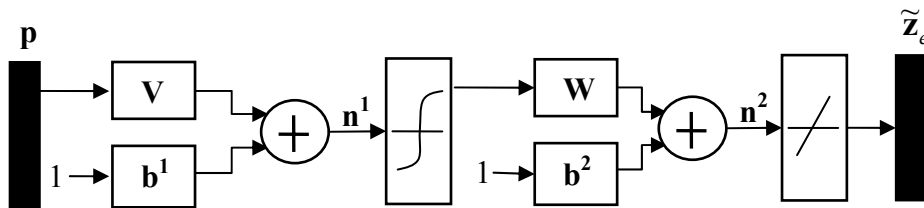
3.2. Neuronowy filtr dwuwarstwowy

Jednym z zastosowań sztucznych sieci neuronowych jest aproksymacja funkcji. Jedno-kierunkowe, dwuwarstwowe sieci z nieliniowymi funkcjami aktywacji warstwy ukrytej umożliwiają realizację dowolnego odwzorowania. Ponadto stosowanie sztucznych sieci neuronowych posiada tę istotną zaletę, że nie jest wymagana znajomość matematycznego opisu problemu, ponieważ zdolność sieci do realizacji określonego odwzorowania jest rezultatem procesu uczenia, a nie zaprogramowania z góry ustalonego algorytmu. Dlatego też w przypadku, gdy nie są znane charakterystyki probabilistyczne wpływów zewnętrznych działających na konstrukcję i błędów pomiarowych lub też rozwiązanie równania (13) za pomocą znanych metod jest trudne, sztuczne sieci neuronowe mogą być interesującą alternatywą. W niniejszej pracy klasyczny filtr Kalmana zastępuje się siecią dwuwarstwową z nieliniową funkcją aktywacji warstwy ukrytej, której architektura przedstawiona jest na Rys. 1. Wektor danych wejściowych $\mathbf{p}(k)$ określony jest zależnością:

$$\mathbf{p}(k) = \mathbf{y}(k) - \tilde{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k). \quad (14)$$

Na wyjściu sieci otrzymuje się wektor poprawkowy do estymaty wektora stanu:

$$\tilde{\mathbf{z}}_e(k) = \tilde{\mathbf{z}}(k) - \mathbf{x}(k). \quad (15)$$



Rysunek. 1: Schemat jednokierunkowej, dwuwarstwowej sztucznej sieci neuronowej

Standardowo stosowaną funkcją aktywacji warstwy ukrytej jest funkcja tangensoidalna o postaci [3]:

$$f(n_i^1) = \frac{2}{1 + \exp(-2n_i^1)} - 1. \quad (16)$$

Funkcja aktywacji warstwy wyjściowej jest liniowa.

Aby sieć posiadała zdolność aproksymacji odwzorowania realizowanego przez filtr Kalmana, proces jej uczenia musi być procesem nadzorowanym. Macierze wagowe \mathbf{V} i \mathbf{W} oraz wektory wartości progowych neuronów (bias) \mathbf{b}^1 i \mathbf{b}^2 modyfikowane są w każdym kroku uczenia zgodnie z algorytmem wstecznej propagacji błędu [3], [5].

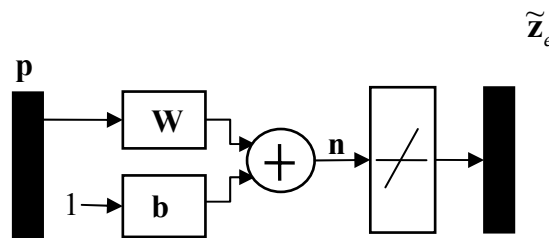
3.3. Neuronowy filtr liniowy

Opisane powyżej dwuwarstwowe sieci neuronowe stanowią uniwersalne narzędzie szeroko stosowane do aproksymowania dowolnych funkcji. Jednak proces uczenia według algorytmu wstecznej propagacji błędu jest procesem czasochłonnym i w przypadku obszernego zadania wymaga znacznej mocy obliczeniowej komputera. Dlatego istotne jest każde możliwe uproszczenie architektury sieci które nie pogarsza dokładności jej działania. Odwzorowanie realizowane przez filtr Kalmana w ujęciu klasycznym ma charakter liniowy. Zatem uzasadnione jest zbadanie możliwości zastosowania w miejsce wyżej opisanej sieci dwuwarstwowej znacznie prostszego liniowego filtru neuronowego. Architektura takiej sieci przedstawiona jest na Rys. 2. Zmiany wartości macierzy wagowej \mathbf{W} i wektora wartości progowych neuronów \mathbf{b} obliczane są w trakcie nadzorowanego uczenia sieci w taki sposób, aby średni błąd kwadratowy wektora wyjścia sieci $\tilde{\mathbf{z}}_e$ w stosunku do wzorca uczenia \mathbf{d} był minimalny [3], [5]:

$$E_i = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (d_{in} - \tilde{z}_{ein})^2, \quad (17)$$

$$\begin{aligned}\Delta W_{ij} &= \eta \frac{\partial E_i}{\partial W_{ij}} \\ \Delta b_i &= \eta \frac{\partial E_i}{\partial b_i}\end{aligned}\quad (18)$$

Symbol η oznacza współczynnik uczenia. Ten sposób uczenia sieci w literaturze nazywany jest uczeniem według reguły delty. Funkcja aktywacji neuronów jest w tym przypadku funkcją liniową.



Rysunek 2: Schemat liniowego filtra neuronowego

4. OBLICZENIA NUMERYCZNE

Działanie neuronowego filtra Kalmana przetestowano dla kilku układów dynamicznych o różnej liczbie stopni dynamicznej swobody. Modelem obliczeniowym konstrukcji jest tak zwana rama ścinana [1]. W niniejszym opracowaniu przedstawiono rezultaty obliczeń numerycznych dla układu o czterech stopniach swobody dynamicznej. Dla tego przypadku wartości parametrów fizycznych i geometrycznych konstrukcji wynosiły odpowiednio:

- masa skupiona na poziomie rygli: $m=2000 \text{ kg}$,
- sztywność słupów: $EJ=15000 \text{ kNm}^2$,
- wysokość kondygnacji: $h=6,0 \text{ m}$,
- rozstaw układów poprzecznych konstrukcji: $a=6,0 \text{ m}$.

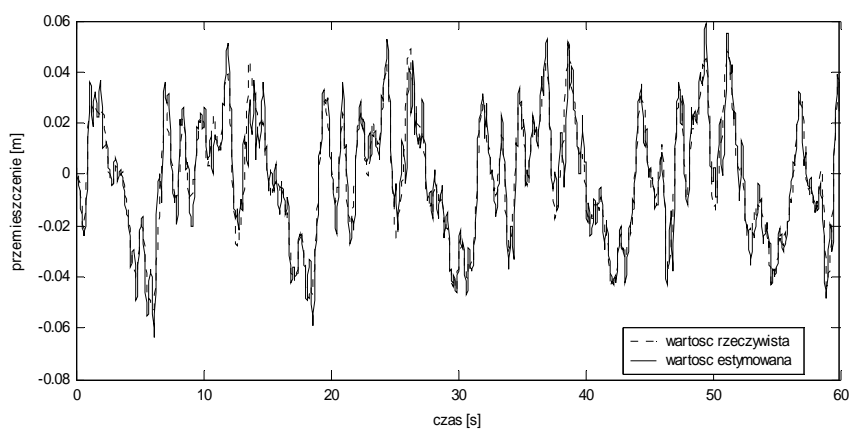
Jako losowe obciążenie zewnętrzne przyjęto oddziaływanie wiatru obliczane według algorytmu opisanego w pracy [7]. Założono, że funkcja gęstości widmowej procesu jest określona wzorem Kaimała. Czujniki pomiarowe zmiennych stanu umieszczono na poziomie drugiego i czwartego rygla ramy, natomiast siłowniki układu aktywnej redukcji drgań na pierwszej i drugiej kondygnacji.

Uczenie sieci neuronowych przeprowadzono na zbiorach zawierających wartości zmiennych stanu układu otrzymane z całkowania równań ruchu metodą Eulera. Przy czym zbiór danych wyjściowych sieci oblicza się dla pełnych wektorów stanu, natomiast dane wejściowe obliczane są dla jego wybranych elementów.

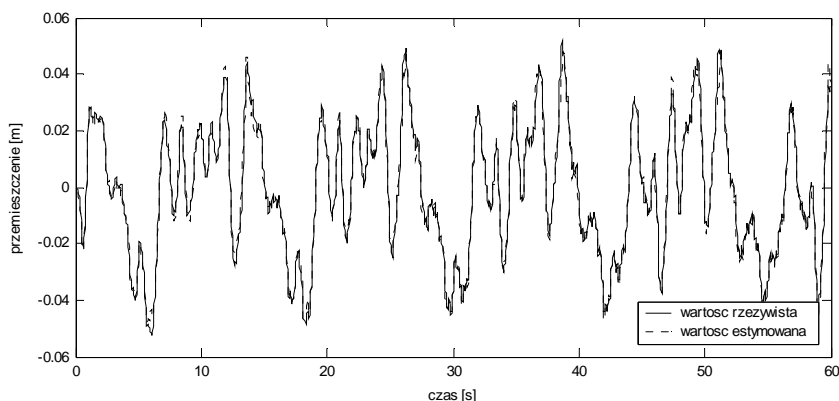
Rysunek 3 przedstawia zestawienie rzeczywistego przebiegu czasowego przemieszczania rygla najwyższej kondygnacji konstrukcji oraz jego estymatę otrzymaną przez zastosowanie filtra w postaci sieci dwuwarstwowej. Uczenie sieci odbywało się na podstawie algorytmu wstecznej propagacji błędu ze składnikiem momentum [5]. Przetestowano również skuteczność działania sieci uczonej według algorytmu wstecznej propagacji błędu ze zmiennym

współczynnikiem uczenia [5]. Rezultaty działania sieci uczonej według tego algorytmu pokazano na Rys. 4.

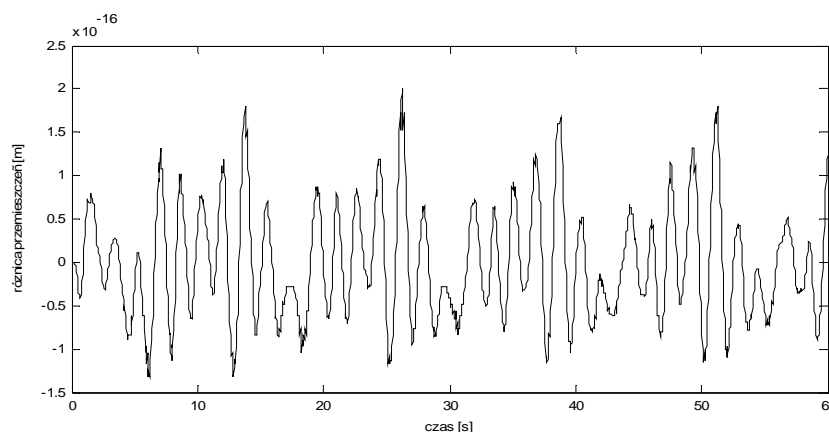
Dla przypadku, gdy odpowiedź dynamiczna była estymowana za pomocą jednowarstwowego filtra neuronowego nie zestawiono przebiegów dynamicznych rzeczywistych przemieszczeń układu i ich estymat, gdyż różnice między nimi nie były widoczne na wykresach. Rys. 5 przedstawia wykres tychże różnic dla przemieszczeń rygla najwyższej kondygnacji. Relacje między pozostałymi zmiennymi stanu obliczonymi bezpośrednio z równań ruchu i ich wartościami określonymi za pomocą sieci neuronowych kształtowały się we wszystkich przypadkach podobnie do tych, które zostały zaprezentowane na rysunkach.



Rysunek 3: Zestawienie przebiegów czasowych rzeczywistych przemieszczeń rygla 4-tej kondygnacji i ich estymat otrzymanych z sieci dwuwarstwowej uczonej wg algorytmu wstecznej propagacji błędu ze składnikiem momentum



Rysunek 4: Zestawienie przebiegów czasowych rzeczywistych przemieszczeń rygla 4-tej kondygnacji i ich estymat otrzymanych z sieci dwuwarstwowej uczonej wg algorytmu wstecznej propagacji błędu ze zmiennym współczynnikiem uczenia



Rysunek 5: Zestawienie różnic między przebiegami czasowymi rzeczywistych przemieszczeń rygla 4-tej kondygnacji i ich estymat otrzymanych z sieci jednowarstwowej

5. WNIOSKI

Zaprezentowane wyniki analiz numerycznych jednoznacznie wskazują, że sztuczne sieci neuronowe mogą być stosowane z bardzo dobrym skutkiem jako narzędzia zastępujące klasyczny filtr Kalmana. Przy czym posiadają one tę zaletę, że nie muszą być znane charakterystyki probabilistyczne zewnętrznych oddziaływań losowych na konstrukcję oraz zakłóceń pomiarów. Ponadto stosując to rozwiązanie unika się dość kłopotliwych obliczeń matematycznych związanych z rozwiązywaniem równań macierzowych Riccati'ego. Należy również podkreślić, że architektura sieci jest stosunkowo prosta, a zbytnie jej skomplikowanie wręcz pogarsza końcowe efekty jej działania.

LITERATURA

- [1] T.T. Soong, *Active Structural Control: Theory and Practice*, Longman Scientific & Technical, 1990.
- [2] D.G. Luenberger, *Teoria Optymalizacji*, PWN, 1974.
- [3] J. Korbicz, A. Obuchowicz, D. Uciński, *Sztuczne Sieci Neuronowe, Podstawy i zastosowania*, Akademicka Oficyna Wydawnicza PLJ, 1994.
- [4] J. Żurada, M. Barski, W. Jędrych, *Sztuczne sieci neuronowe*, Wydawnictwo Naukowe PWN, 1996.
- [5] H. Demuth, M. Beale, *Neural Network User's Guide* The MathWorks, Inc., 2002.
- [6] K. Ogata, *Discrete-Time Control Systems*, Prentice Hall, 1995.
- [7] R. Lewandowski, *Numeryczna symulacja sił dynamicznych wywołanych działaniem wiatru*, XLVI Konferencja Naukowa Komitetu Inżynierii Lądowej i Wodnej PAN i Komitetu Naukowego PZITB, Wrocław-Krynica, 2000.