

Roman LEWANDOWSKI, Małgorzata WAWRZYŃIAK

PÓŁAKTYWNA REGULACJA DRGAŃ RAM PŁASKICH PODDANYCH DZIAŁANIU WIATRU

ABSTRACT

In this paper, efficiency of the semi-active method used to control vibrations of planar frameworks is investigated. In particular, the reduction of vibration caused by wind loads is of interest. The control system is designed on a basis of the Lyapunov theory of stability of motion. The semi-active systems with active variable dampers in which the damping coefficient can be regulated are considered. Results of example calculations for the fourth story framework with and without control system are briefly presented and discussed.

1. Wstęp

Wysokie, optymalnie zaprojektowane i wykonane z materiałów o podwyższonej wytrzymałości budynki są równocześnie bardziej podatne na działanie sił dynamicznych wywołanych np. działaniem silnych wiatrów. Zbyt duże przemieszczenia i przyspieszenia wywołane tymi siłami w istotny sposób zmieniają warunki użytkowania budynku i powodują, że drgania te są odczuwane przez ludzi jako nużące. Zachodzi więc potrzeba ich redukcji.

Metody redukcji drgań dzieli się na pasywne, aktywne i półaktywne [1]. W ostatnich latach intensywnie bada się możliwości zastosowania metod półaktywnej regulacji do redukcji drgań konstrukcji budowlanych ponieważ w porównaniu z metodami pasywnymi umożliwiają one większą redukcję drgań, a w porównaniu z metodami aktywnymi półaktywny układ sterowania wymaga zasilania ze źródła energii o bardzo małej mocy. Równocześnie redukcja drgań uzyskiwana za pomocą układu półaktywnej regulacji jest porównywalna z efektami aktywnej regulacji.

W niniejszej pracy opisano pewien algorytm półaktywnej regulacji drgań i, posługując się numeryczną symulacją dynamicznego zachowania konstrukcji, sprawdzono jakie daje on możliwości redukcji drgań. Rozpatruje się drgania płaskiej ramy poddanej działaniu wiatru.

2. Równania ruchu

Modelem obliczeniowym ramy jest tzw. rama ścinana opisana w pracy [2]. Rygle tej ramy są nieskończenie sztywne, a cała masa konstrukcji jest skoncentrowana na poziomie stropów. Jedynymi stopniami dynamicznej swobody są przemieszczenia poziome rygli. Obciążeniem ramy są siły wywołane fluktuacjami prędkości wiatru. Zakłada się, że obciążenie ma charakter losowego procesu ergodycznego. Właściwości stochastyczne fluktuacji prędkości wiatru opisuje się za pomocą funkcji gęstości widmowej Davenporta. Rozwiązanie problemu zostanie podane w dziedzinie czasu i dlatego niezbędna jest symulacja przykładowych fluktuacji prędkości wiatru. Symulacje te powinny mieć właściwości statystyczne opisane wspomnianą funkcją gęstości widmowej. Na ich podstawie można w prosty sposób określić siły dynamiczne działające na konstrukcję. Szczegółowy opis wspomnianej symulacji jest podany w pracy [3].

Drgania ramy z zainstalowanym układem półaktywnej regulacji są opisywane macierzowym równaniem ruchu o postaci:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) , \quad (1)$$

gdzie $\mathbf{z}(t) = \text{col}(\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t))$, $\mathbf{f}(t) = \text{col}(\mathbf{0}, \mathbf{p}(t))$,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{H}_1 \end{bmatrix}.$$

W powyższych wzorach symbolami $\mathbf{q}(t)$, $\mathbf{p}(t)$ oraz $\mathbf{u}(t)$ oznaczają odpowiednio wektor przemieszczeń węzłowych ramy, wektor obciążeń węzłowych oraz wektor sił regulacji. Ponadto \mathbf{M} oznacza macierz mas, \mathbf{K} macierz sztywności, \mathbf{C} macierz tłumienia, a \mathbf{B}_1 oraz \mathbf{H}_1 są zerojedynkowymi macierzami określającymi odpowiednio miejsca działania sił regulacji oraz sił wymuszających.

3. Opis metody regulacji

W pracy stosuje się metodę regulacji wykorzystującą twierdzenie Lapunowa o stabilności ruchu [4]. W trakcie analizy stabilności zaniebduje się wpływ wymuszenia zewnętrznego i wobec tego dalej rozpatruje się równanie ruchu ramy z zainstalowanym układem regulacji o postaci:

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) . \quad (2)$$

Przyjęto następującą postać funkcji Lapunowa $V(\mathbf{z}(t))$:

$$V(\mathbf{z}(t)) = \mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) , \quad (3)$$

gdzie symbolem \mathbf{Q} oznaczono symetryczną, dodatnio określoną macierz wagową.

Z twierdzenia Lapunowa wynika, że ruch układu dynamicznego jest asymptotycznie stabilny jeżeli $\dot{V}(\mathbf{z}(t)) < 0$. W omawianym przypadku, po uwzględnieniu (2), można napisać:

$$\dot{V}(\mathbf{z}(t)) = \dot{\mathbf{z}}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{z}^T(t)(\mathbf{A}^T\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A})\mathbf{z}(t) + 2\mathbf{u}^T(t)\mathbf{B}^T\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) . \quad (4)$$

Założmy dalej, że istnieje symetryczna i dodatnio określona macierz \mathbf{P} spełniająca macierzowe równanie o postaci:

$$\mathbf{A}^T\mathbf{Q} + \mathbf{Q}\mathbf{A} = -\mathbf{P} . \quad (5)$$

Można teraz warunkowi stabilności ruchu rozpatrywanego układu nadać postać:

$$-\mathbf{z}^T(t)\mathbf{P}\mathbf{z}(t) + 2\mathbf{u}^T(t)\mathbf{B}^T\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) < 0 . \quad (6)$$

Pierwszy składnik nierówności (6) jest zawsze ujemny ponieważ macierz \mathbf{P} jest z założenia dodatnio określona. O stabilności ruchu decydować będzie wobec tego drugi składnik omawianej nierówności. Regulację ruchu układu przeprowadza się w ten sposób aby w każdej chwili czasu składnik ten był możliwie mały. Można wykazać [5], że będzie to zachodzić jeżeli wektor sił regulacji określany będzie ze wzoru:

$$\mathbf{u}(t) = -\mathbf{W}(t)\mathbf{u}_{\max} , \quad (7)$$

gdzie

$$\mathbf{W}(t) = -\text{sgn}(\mathbf{B}^T\mathbf{Q}\mathbf{z}(t)) . \quad (8)$$

Symbolem \mathbf{u}_{\max} oznaczono wektor maksymalnych, możliwych do fizycznej realizacji sił regulacji. Oznaczenie typu $\text{sgn}(\mathbf{a})$ należy rozumieć w ten sposób, że jest to macierz diagonalna której elementy z głównej przekątnej są równe 1 lub -1 stosownie do znaku odpowiednich elementów wektora \mathbf{a} . Oznacza to, że $w_{ii} = \text{sgn}(a_i)$.

Zauważmy, że, w odróżnieniu od innych metod regulacji, we wzorze (7) są uwzględnione ograniczenia odnośnie maksymalnych możliwych do zastosowania sił regulacji. W dalszym ciągu pracy siłę regulacji obliczoną z wzoru (7) będzie się nazywać pożądaną siłą regulacji i oznaczać symbolem $\tilde{\mathbf{u}}(t)$.

W przyjętej metodzie regulacji ważną rolę odgrywa macierz \mathbf{Q} . Decyduje ona o oszacowaniu obszaru rozwiązań stabilnych oraz o wielkości pożądaných sił regulacji wpływając w ten sposób na jej efektywność. Bezpośredni wybór macierzy \mathbf{Q} tak aby macierz \mathbf{P} była dodatnio określona jest trudny. Wobec tego przyjmuje się dodatnio określoną macierz \mathbf{P} i wyznacza macierz \mathbf{Q} z równania (5). Teraz efektywność regulacji zależy od wyboru macierzy \mathbf{P} . Problem ten nie został do tej pory pomyślnie rozwiązany i często określa się odpowiednią macierz \mathbf{P} metodą prób i błędów.

Macierzowe równanie Lapunowa (5) można rozwiązać na wiele sposobów. Jednym z najbardziej efektywnych jest sposób opisany w pracy [6].

W niniejszej pracy zakłada się, że siły regulacji wywoływane przez siłowniki są siłami tłumienia typu wiskotycznego. Wobec tego można napisać:

$$u_i(t) = c_i(t)\dot{x}_i(t) , \quad (9)$$

gdzie symbolami $u_i(t)$, $c_i(t)$ oraz $\dot{x}_i(t)$ oznaczono odpowiednio siłę wywoływaną przez siłownik o numerze i (oraz i -ty element wektora $\mathbf{u}(t)$), współczynnik tłumienia tegoż siłownika oraz względną prędkość przemieszczania się tłoka siłownika względem obudowy. Pożądany współczynnik tłumienia $\tilde{c}_i(t)$ wyznacza się z wzoru:

$$\tilde{c}_i(t) = \frac{\tilde{u}_i(t)}{\dot{x}_i(t)} . \quad (10)$$

Siłowniki układu półaktywnej regulacji są tak zbudowane, że współczynnik tłumienia $c_i(t)$ może być tylko dodatni, a ponadto może się zmieniać tylko w pewnym przedziale tzn. $c_{i,\min} \leq c_i(t) \leq c_{i,\max}$. Ponieważ pożądany współczynnik tłumienia $\tilde{c}_i(t)$, wyznaczony ze wzoru (10), może być liczbą ujemną więc nie zawsze pożądana siła regulacji $\tilde{u}_i(t)$ może być wytworzona w układzie regulacji. Wobec tego rzeczywisty, możliwy do technicznej realizacji współczynnik tłumienia $c_i(t)$ wyznacza się z warunków:

$$\begin{aligned} c_i(t) &= c_{i,\min} & \text{jeżeli} & & \tilde{c}_i(t) &\leq c_{i,\min} , \\ c_i(t) &= \tilde{c}_i(t) & \text{jeżeli} & & c_{i,\min} &\leq \tilde{c}_i(t) \leq c_{i,\max} , \\ c_i(t) &= c_{i,\max} & \text{jeżeli} & & \tilde{c}_i(t) &\geq c_{i,\max} , \end{aligned} \quad (11)$$

a rzeczywistą, możliwą do realizacji siłę regulacji $u_i(t)$ oblicza się ze wzoru (9).

4. Opis numerycznej symulacji zachowania układu półaktywnej regulacji

Rozwiązanie równania ruchu (1) można zapisać w postaci [4]:

$$\mathbf{z}(t) = \Phi(t)\mathbf{z}(t_0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)(\mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) + \mathbf{H}\mathbf{p}(\tau))d\tau , \quad (12)$$

gdzie $\mathbf{z}(t_0)$ jest wektorem warunków początkowych ruchu, a $\Phi(t)$ jest macierzą fundamentalną obliczaną w następujący sposób [4]:

$$\Phi(t) = \exp(\mathbf{A}t) = \mathbf{I} + t\mathbf{A} + \frac{1}{2!}t^2\mathbf{A}^2 + \frac{1}{3!}t^3\mathbf{A}^3 + \dots . \quad (13)$$

Całkę występującą we wzorze (12) oblicza się numerycznie. Zakłada się, że w małym przedziale czasu $h = t_{k+1} - t_k$ siły wymuszające oraz siły regulacji mają wartość stałą równą wartości w chwili t_k . Można teraz łatwo obliczyć wspomnianą całkę i przedstawić stan układu w chwili t_{k+1} w sposób następujący:

$$\mathbf{z}_{k+1} = \Phi\mathbf{z}_k + \Gamma(\mathbf{B}\mathbf{u}_k + \mathbf{H}\mathbf{p}_k) , \quad (14)$$

gdzie

$$\Gamma = h\mathbf{I} + \frac{1}{2!}h^2\mathbf{A} + \frac{1}{3!}h^3\mathbf{A}^2 + \frac{1}{4!}h^4\mathbf{A}^3 + \dots . \quad (15)$$

W powyższych wzorach wielkości z indeksem k są określone w chwili t_k .

Znając warunki początkowe ruchu oraz siły wymuszające i siły regulacji można wyznaczyć stan układu w kolejnych chwilach czasu korzystając z równania rekurencyjnego (15).

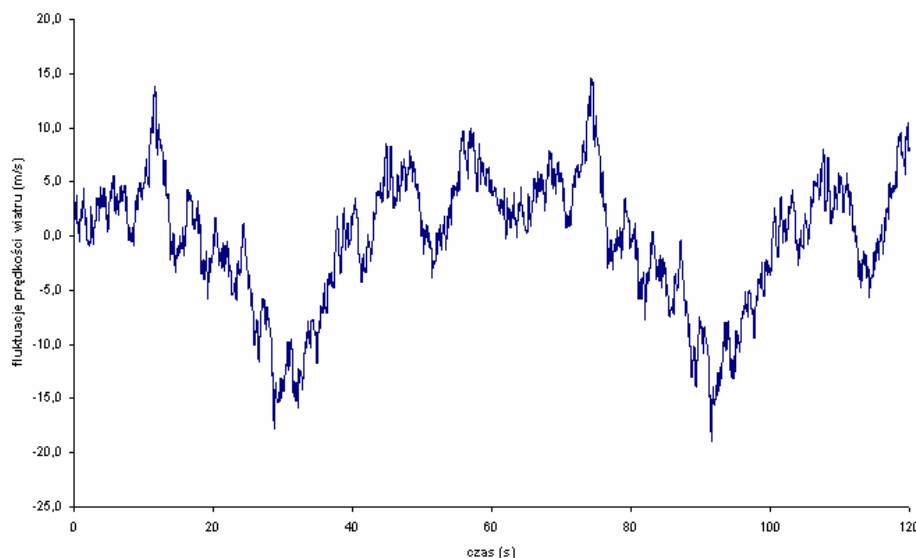
5. Wyniki przykładowych obliczeń

Wykonano obliczenia dla czterokondygnacyjnej, jednoprzęsłowej ramy. Przyjęto następujące, podstawowe dane do obliczeń: wysokość typowej kondygnacji $l = 3,0$ m; masa typowego stropu $M = 22500,0$ kg; sztywność typowego słupa $EJ = 5104,5$ kNm². Rozstaw ram jest równy $6,0$ m. Bezwymiarowy współczynnik tłumienia 1 i 2 postaci drgań $\gamma = 0,03$. Do obliczeń przyjęto proporcjonalną macierz tłumienia.

Na rysunku 1 pokazano przebieg fluktuacji prędkości wiatru na poziomie stropu nad czwartą kondygnacją. Na podstawie tego typu przebiegów ze wzoru:

$$p_i(t) = \rho C_d A_d U_i u_i(t) , \quad (16)$$

oblicza się siły dynamiczne działające na poziomie stropu i -tej kondygnacji. W powyższym wzorze symbolami ρ , C_d , A_d , U_i , $u_i(t)$ oznaczono odpowiednio gęstość powietrza, współczynnik opływu, pole ekspozycji, średnią prędkość wiatru i jego losowe fluktuacje na poziomie i -tego stropu. Przyjęto: $\rho = 1,23$ kg/m³, $C_d = 1,6$.

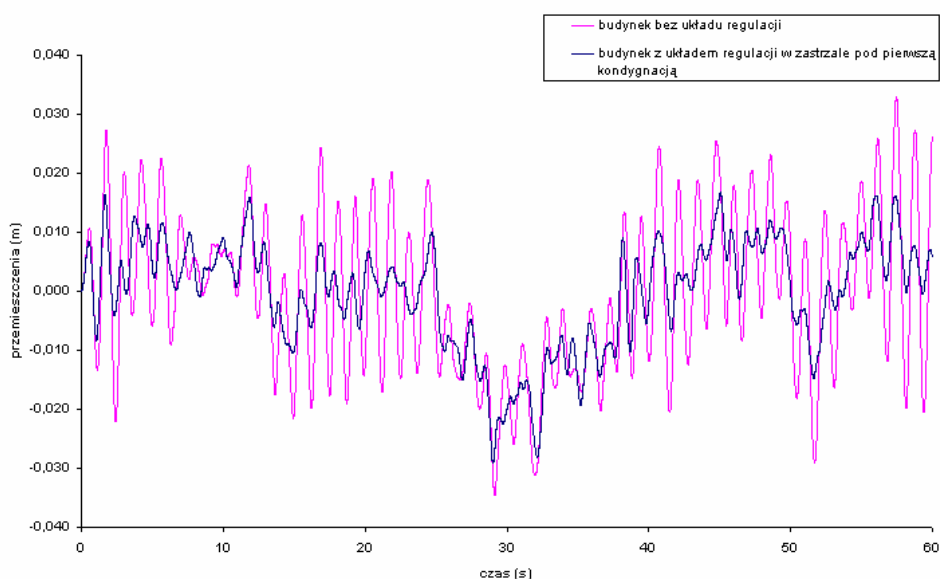


Rys. Przebieg fluktuacji prędkości wiatru na poziomie stropu czwartej kondygnacji

Wykonano obliczenia dla ramy z siłownikiem zamontowanym w zastrzale wbudowanym między stropem nad parterem i utwierdzeniem ramy.

Przyjęto następujące dane charakteryzujące siłownik: $c_{\min} = 2200,0 \text{ Ns/m}$, $c_{\max} = 1100000,0 \text{ Ns/m}$, $u_{\max} = 90000,0 \text{ kN}$. Ponadto przyjęto, że $\mathbf{P} = \mathbf{I}$.

Na rysunkach 2 i 3 pokazano odpowiednio przemieszczenia poziome i prędkości stropu czwartej kondygnacji. Linia cienką zaznaczono wyniki dla ramy bez układu regulacji, a linią pogrubioną wyniki dla ramy z zainstalowanym układem regulacji. Widać, że można uzyskać znaczną redukcję drgań za pomocą omawianej metody regulacji półaktywnej. Z kolei na rysunku 4 pokazano przebieg zmian siły półaktywnej regulacji. W omawianym przypadku maksymalna siła regulacji jest rzędu 20,0 kN.

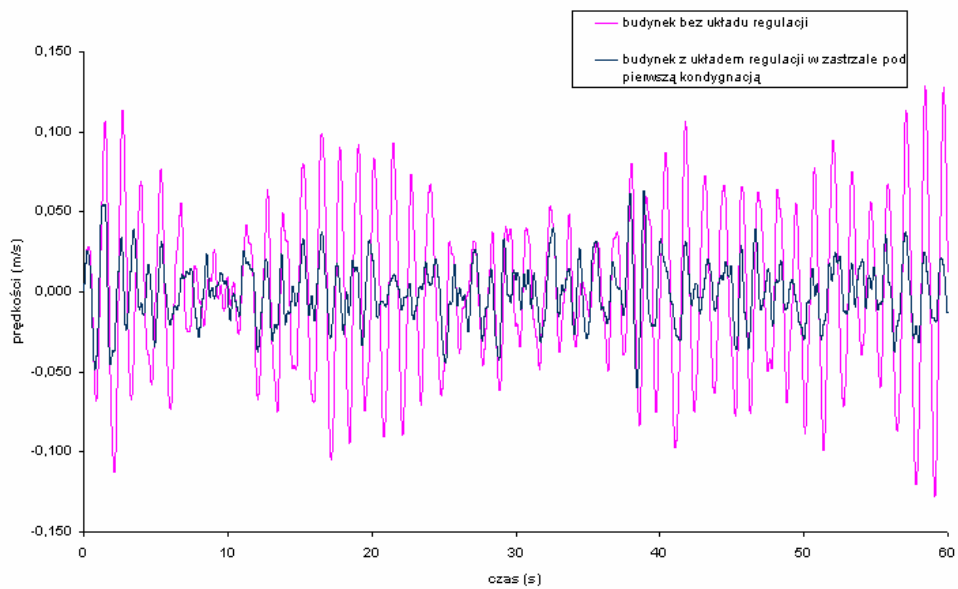


Rys. 2 Porównanie przemieszczeń ramy bez i z zainstalowanym układem półaktywnej regulacji

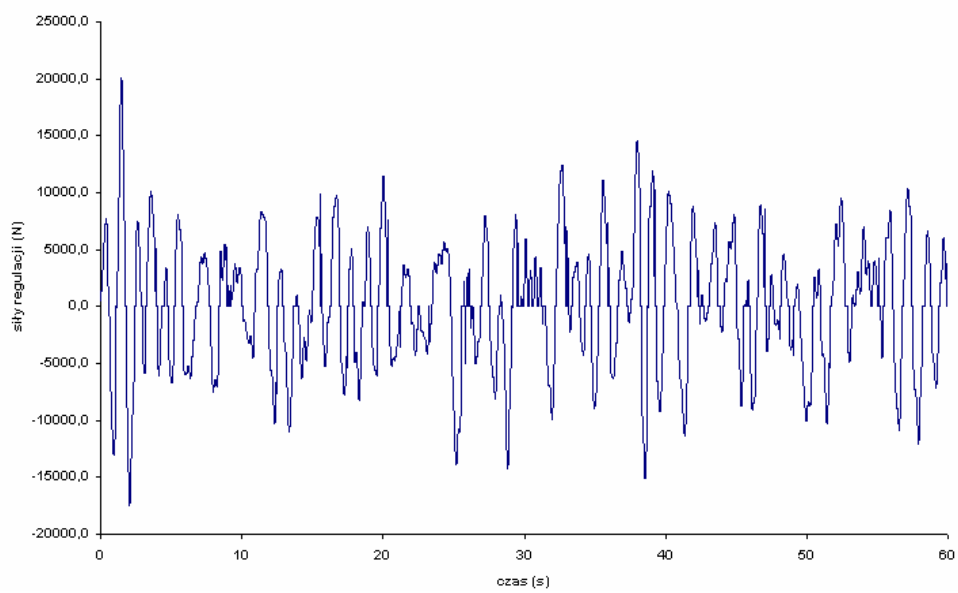
Wykonano również obliczenia dla ramy z siłownikami umieszczonymi w zastrzałkach umieszczonych na wszystkich kondygnacjach. Parametry siłowników są takie same jak w poprzednim przypadku. Wykres przemieszczeń ramy z zainstalowanym układem półaktywnej regulacji pokazano na rysunku 5. Porównując przemieszczenia ramy pokazane na rysunkach 2 i 5 można zauważyć, że wprowadzenie dodatkowych siłowników spowodowało dalszą redukcję drgań.

6. Uwagi końcowe

Opisany sposób redukcji drgań umożliwia znaczne zmniejszenie drgań ram poddanych działaniu sił wywołanych parciem wiatru. Zmniejszenie drgań ramy opisanej w niniejszej pracy wynosiło około 35%. Półaktywna regulacja drgań wydaje się być bardzo atrakcyjnym sposobem zmniejszania drgań konstrukcji budowlanych. Praktyczne zastosowanie tej metody wymaga przeprowadzenia dalszych prac.



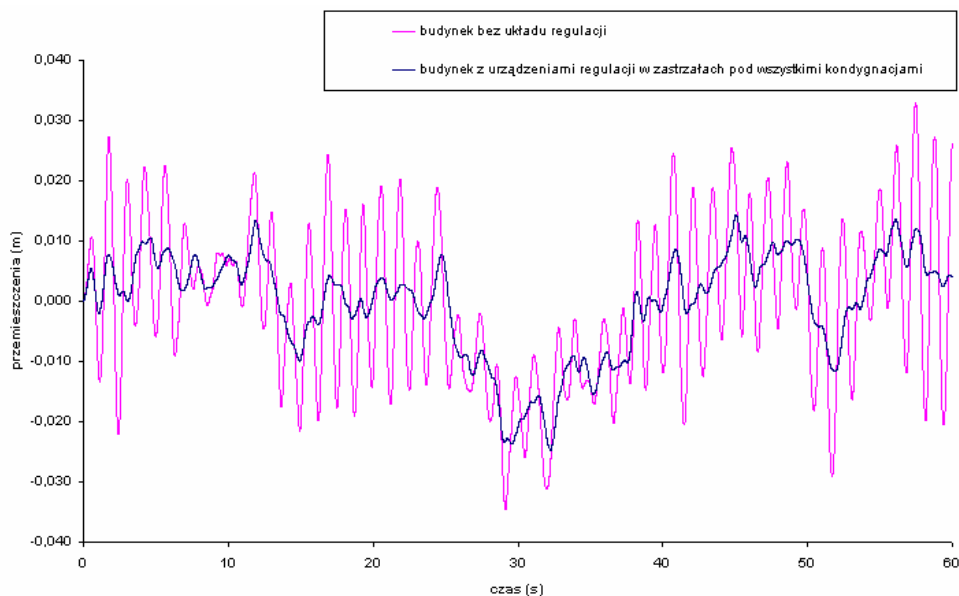
Rys. 3 Porównanie prędkości ramy bez i z zainstalowanym układem półaktywnej regulacji



Rys.4 Przebieg sił półaktywnej regulacji

Literatura

- [1] HOUSNER G.W., BERGMAN L.A., CAUGHEY T.K., CHASSIAKOS A.G., CLAU R.O., MASRI S.F., SKELTON R.E., SOONG T.T., SPENCER B.F., YAO



Rys. 5 Porównanie przemieszczeń ramy bez i z zainstalowanym układem regulacji – siłowniki w zastrzałach na wszystkich kondygnacjach

- J.T.P. Structural control: past, present, and future, *Journal of Engineering Mechanics*, vol.123, 1997, s. 897-971
- [2] PAZ M.. Structural dynamics: theory and computation, *Van Nostrand Reinhold Company*, New York, 1985
- [3] LEWANDOWSKI R.: Application of semi-empirical model to analysis of vortex-excited vibrations of beams near synchronisation region, in *Computational Civil and Structural Engineering* (eds. G.De Roeck and B.H.V. Topping), Civil-Comp Press, Edinburgh, 2000, s.133-141,
- [4] Meirovitch, Dynamics and control of structures, *Wiley Interscience Publication* New York, 1990
- [5] BROGAN W.L., Modern control theory, *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, 1991
- [6] BARTELS R., STEWART G.: Solution of the matrix equation $AX+XB=C$; Algorithm 432, *Communications of ACM*, vol.15, 1972, s.820-826

Roman Lewandowski, dr hab. inż., Politechnika Poznańska, Instytut Konstrukcji Budowlanych, ul. Piotrowo 5, 60-965 Poznań, 5 tel. (0-61) 665-24-72, e-mail: roman.lewandowski@put.poznan.pl

Małgorzata Wawrzyniak, mgr inż., dyplomantka Wydziału Budownictwa, Architektury i Inżynierii Środowiska Politechniki Poznańskiej

Praca została wykonana w ramach programu badań naukowych finansowanych przez Komitet Badań Naukowych (BW-11-168/02).