

Roman LEWANDOWSKI¹

NUMERYCZNA SYMULACJA SIŁ DYNAMICZNYCH WYWOŁANYCH DZIAŁANIEM WIATRU

1. Wstęp

Parcie wiatru, zasadnicze obciążenie dynamiczne wielu konstrukcji budowlanych, jest traktowane jako przestrzenno - czasowy proces losowy. Zwykle zakłada się również, że jest to proces stacjonarny i ergodyczny względem czasu. Siły wywołane parciem wiatru zależą od chwilowej prędkości wiatru $U(t)$ i są zazwyczaj przedstawiane jako suma obciążenia statycznego F_s i losowych fluktuacji obciążenia o charakterze dynamicznym F_d . Przykładowo, siła parcia wiatru F na płaszczyznę prostopadłą do kierunku niezaburzonego przepływu powietrza jest wyznaczana ze wzoru:

$$F = F_s + F_d = \frac{1}{2} \rho C_d A_d U^2 + \rho C_d A_d U u(t), \quad (1)$$

gdzie ρ jest gęstością powietrza, C_d współczynnikiem opływu, A_d polem ekspozycji, U średnią prędkością wiatru, a $u(t)$ losowymi fluktuacjami prędkości powietrza w rozpatrywanym kierunku. Z powyższego wzoru wynika, że dynamiczna część obciążenia wiatrem jest proporcjonalna do losowych fluktuacji prędkości wiatru. Wobec tego funkcja gęstości widmowej charakteryzująca te fluktuacje charakteryzuje również losowe właściwości dynamicznej części obciążenia wywoływanego działaniem wiatru.

Analizę konstrukcji obciążonej siłami losowymi można przeprowadzić na dwa sposoby. Pierwszy sposób, nazywany metodą korelacyjną, sprowadza się do wyrażenia funkcji gęstości widmowej odpowiedzi dynamicznej konstrukcji za pomocą funkcji gęstości widmowej obciążenia [1]. Druga metoda, często stosowana w analizie układów nieliniowych, jest metodą typu Monte Carlo. W tej metodzie wyznacza się odpowiedzi dynamiczne konstrukcji poddanej działaniu różnych, możliwych do wystąpienia, fluktuacji sił aerodynamicznych. Przebiegi czasowe wspomnianych sił wymuszających wyznacza się w ten sposób aby, traktowane jako przykładowe realizacje sił losowych, miały założone charakterystyki probabilistyczne. Symulacje sił dynamicznych są również niezbędne jeżeli wykonuje się analizę dynamicznego zachowania konstrukcji obciążonych siłami losowymi w dziedzinie czasu.

¹Dr hab. inż., Instytut Konstrukcji Budowlanych Politechniki Poznańskiej

W niniejszej pracy omawia się pewien sposób numerycznej symulacji wyżej wspomnianych fluktuacji prędkości wiatru. Z uwagi na zależność (1) jest to równoznaczne z symulacją przebiegu losowych fluktuacji sił aerodynamicznych.

Dwa typy metod symulacji, znane w literaturze jako metoda szeregów czasowych (the time series method) oraz jako metoda spektralna (the spectral representation method) są często stosowane do symulacji procesów stochastycznych. Omówienie tych metod można znaleźć w pracach [2, 3]. Prezentowany tutaj sposób symulacji fluktuacji prędkości wiatru może być traktowany jako pewna wersja metody spektralnej.

2. Stochastyczny opis wiatru

W niniejszej pracy zakłada się, że fluktuacje prędkości wiatru mają charakter losowy nie tylko względem czasu, ale również względem zmiennych przestrzennych. Ponadto zakłada się stacjonarność i ergodyczność fluktuacji prędkości wiatru względem czasu. Przyjmijmy układ współrzędnych w ten sposób aby oś x była równoległa do kierunku wiatru, a oś z była osią pionową. Pole prędkości wiatru można wtedy przedstawić w postaci:

$$\tilde{U}(y, z, t) = U(z) + \mathbf{u}(y, z, t) , \quad (2)$$

gdzie $\mathbf{u}(y, z, t) = \text{col}(u_x(y, z, t), u_y(y, z, t), u_z(y, z, t))$ jest wektorem losowych fluktuacji prędkości wiatru, a $U(z) = \text{col}(U(z), 0, 0)$ jest wektorem prędkości średnich. Prędkość średnia jest stała na poziomie y i zależy tylko od wysokości z ponad poziom terenu.

Zazwyczaj zakłada się, że zmiany prędkości wiatru w różnych kierunkach są wzajemnie niezależne i wobec tego symulację dla każdego kierunku można wykonywać oddzielnie. Proponowana metoda symulacji nie korzysta z tej własności i może być stosowana także w przypadku gdyby w opisie fluktuacji prędkości wiatru należało uwzględnić korelacje zmian prędkości wiatru w różnych kierunkach. Numeryczny charakter proponowanej metody symulacji umożliwia generowanie przebiegów czasowych tylko dla wybranych punktów przestrzeni.

Oznaczmy fluktuacje prędkości wiatru w określonym kierunku i w punkcie k o współrzędnych x_k, y_k, z_k symbolem $u_k(t)$, ($k=1, 2, \dots, n$). Traktujmy zmiany prędkości wiatru jako element wektorowego procesu stochastycznego $\mathbf{u}(t)$. Stochastyczny opis tego procesu wymaga podania funkcji gęstości widmowej każdego ze wspomnianych powyżej procesów. Funkcje te oznaczamy symbolami $S_k(\omega)$. Najczęściej stosowane w inżynierii wiatrowej postaci funkcji gęstości widmowych można znaleźć w monografii [4]. Korelację przestrzenną procesów $u_k(t)$ opisuje się za pomocą macierzy gęstości widmowej $\mathbf{S}(\omega)$. Elementy tej macierzy oblicza się ze wzoru [4]:

$$S_{kl}(\omega) = \sqrt{S_k(\omega)S_l(\omega)} \gamma_{kl}(\omega) , \quad (3)$$

gdzie symbolem $\gamma_{kl}(\omega)$ oznaczono funkcję koherencji. Szczegółowy opis funkcji koherencji można znaleźć w monografii [4]. W proponowanej metodzie symulacji korzysta się również z macierzy korelacji wzajemnej $\mathbf{R}(\tau)$. Elementy tej macierzy można obliczyć na dwa sposoby korzystając z zależności:

$$R_{kl}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_k(t) u_l(t + \tau) dt, \quad R_{kl}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{kl}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega, \quad (4)$$

gdzie τ jest opóźnieniem czasowym, a i jednostką urojoną $i^2 = -1$. Posługując się zapisem macierzowym możemy napisać:

$$\mathbf{R}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mathbf{u}(t) \mathbf{u}^T(t + \tau) dt = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{S}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (4c)$$

3. Opis metody symulacji

W metodzie spektralnej zmiany prędkości wiatru w punkcie k przedstawia się za pomocą szeregu Fouriera o postaci [3]:

$$u_k(t) = \sum_{j=1}^N \alpha_{kj} \cos(\omega_j t + \theta_{kj}), \quad (5)$$

gdzie symbolem α_{kj} oznaczono chwilowo nieznane współczynniki rozwinięcia, a θ_{kj} oznacza losowy kąt fazowy o rozkładzie równomiernym wzięty z przedziału $\langle 0, 2\pi \rangle$. Ponadto, $\omega_j = (j-1)\delta\omega$, $\delta\omega = \tilde{\omega}/N$, gdzie $\tilde{\omega}$ jest tzw. częstością obciążenia funkcji gęstości widmowej, a N jest liczbą harmonicznych uwzględnianych w rozwinięciu (5). Częstość obciążenia ustala się w ten sposób aby odpowiadające jej rzędne funkcji gęstości widmowej były znikomo małe. Ponadto powinna być ona większa od tych częstości drgań własnych konstrukcji obciążonej parciem wiatru, które mają istotny udział w odpowiedzi dynamicznej konstrukcji.

Wersja metody spektralnej zaproponowana w pracy [5] wykorzystuje macierz gęstości widmowej $\mathbf{S}(\omega)$ do wyznaczenia współczynników szeregu (5). Z kolei w pracy [6] wykorzystano wektory i wartości własne macierzy gęstości widmowej do wyznaczenia współczynników szeregu Fouriera (5). Niestety, sposób ten wymaga wielokrotnego rozwiązania liniowego problemu własnego ponieważ macierz gęstości widmowej jest funkcją ω . W niniejszej pracy do wyznaczenia współczynników szeregu Fouriera (5) używa się macierzy korelacji $\mathbf{R}(\tau)$ wyliczonej dla $\tau = 0$ oraz korzysta się z rozkładu spektralnego tej macierzy. Po raz pierwszy metoda oparta na powyższym założeniu została opisana w [7].

Wektor fluktuacji prędkości wiatru $\mathbf{u}(t)$ przedstawia się w postaci:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{D}\mathbf{q}(t), \quad (6)$$

gdzie macierz \mathbf{D} jest macierzą wektorów własnych macierzy korelacji $\mathbf{R}(0)$, a symbolem $\mathbf{q}(t)$ oznaczono wektor nieskorelowanych procesów stochastycznych. Kolumny macierzy \mathbf{D} , oznaczone symbolem \mathbf{d}_i , spełniają więc równanie:

$$[\mathbf{R}(0) - \lambda_i \mathbf{I}] \mathbf{d}_i = \mathbf{0}, \quad (7)$$

gdzie symbol λ_i oznacza wartość własną stowarzyszoną z wektorem własnym \mathbf{d}_i . Ponieważ macierz korelacji jest symetryczna więc wektory i wartości własne tej macierzy są wektorami i liczbami rzeczywistymi. Zwraca się uwagę, że macierz korelacji nie zależy od

parametru ω i wobec tego problem własny jest rozwiązywany tylko raz. Wektory własne normuje się w ten sposób aby:

$$\mathbf{D}^T \mathbf{R}(0) \mathbf{D} = \mathbf{Z} , \quad (8)$$

gdzie $\mathbf{Z} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$.

Podstawiając (6) do (4c) i biorąc pod uwagę, że procesy stochastyczne $\mathbf{q}(t)$ są z założenia nieskorelowane otrzymamy:

$$\mathbf{R}(0) = \mathbf{D}^T \mathbf{Y} \mathbf{D} , \quad (9)$$

gdzie

$$\mathbf{Y} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \mathbf{q}(t) \mathbf{q}^T(t) dt , \quad (10)$$

jest macierzą diagonalną. Macierz $\mathbf{R}(0)$ jest dodatnio określona i wobec tego $\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{D}^T$ oraz $\mathbf{D}^{-T} = \mathbf{D}$. Umożliwia to zapisanie równania (9) w postaci:

$$\mathbf{D}^T \mathbf{R}(0) \mathbf{D} = \mathbf{Y} . \quad (11)$$

Z porównania równań (8) i (11) wynika, że $\mathbf{Z} = \mathbf{Y}$. Oznacza to, że macierz korelacji stochastycznego procesu wektorowego $\mathbf{u}(t)$ będzie identyczna z macierzą korelacji obliczoną na podstawie znanej macierzy gęstości widmowej $\mathbf{S}(\omega)$ jeżeli współczynniki autokorelacji procesów $\mathbf{q}(t)$ będą równe wartościom własnym macierzy korelacji $\mathbf{R}(0)$.

Element $q_k(t)$ nieskorelowanego procesu wektorowego $\mathbf{q}(t)$ może być podobnie jak element wektora $\mathbf{u}(t)$ rozwinięty w szereg Fouriera o postaci:

$$q_k(t) = \sum_{j=1}^N \beta_{kj} \cos(\omega_j t + \theta_{kj}) = \sum_{j=1}^N (a_{kj} \cos \omega_j t + b_{kj} \sin \omega_j t) , \quad (12)$$

gdzie symbolami β_{kj} , a_{kj} oraz b_{kj} oznaczono chwilowo nieznane współczynniki rozwinięcia przy czym $\beta_{kj}^2 = a_{kj}^2 + b_{kj}^2$, oraz $\text{tg} \theta_{kj} = -b_{kj} / a_{kj}$. Podobnie jak w (5) θ_{kj} oznacza losowe kąty fazowe.

Teraz należy określić współczynniki szeregu Fouriera i kąty fazowe występujące w (12). Kąty fazowe wyznacza się za pomocą generatora liczb pseudolosowych o rozkładzie równomiernym. Oznaczmy tak wygenerowane liczby symbolem $\tilde{\theta}_{kj}$. Następnie, podobnie jak to ma miejsce w metodzie Shinozuki, oblicza się współczynniki szeregu (12) ze wzorów:

$$\tilde{\beta}_{kj} = \sqrt{2S_k(\omega_j) \delta\omega} , \quad (13)$$

$$\tilde{a}_{kj} = \tilde{\beta}_{kj} \cos \tilde{\theta}_{kj} , \quad \tilde{b}_{kj} = -\tilde{\beta}_{kj} \sin \tilde{\theta}_{kj} . \quad (14)$$

Procesy losowe wygenerowane za pomocą wyżej omówionego sposobu są zazwyczaj skorelowane i nieodpowiednio wyskalowane tzn. ich współczynniki autokorelacji nie są równe wartościom własnym macierzy korelacji $\mathbf{R}(0)$. Podkreślono ten fakt posługując się symbolami z wężykiem.

Współczynnik korelacji wzajemnej dwóch procesów skorelowanych $\tilde{q}_k(t)$ i $\tilde{q}_l(t)$ można obliczyć ze wzoru:

$$\mu_{kl}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \tilde{q}_k(t) \tilde{q}_l(t + \tau) dt, \quad (15)$$

z którego po podstawieniu (12) i obliczeniu całki otrzymuje się:

$$2\mu_{kl}(0) = 2\mu_{kl} = \sum_{j=1}^N (\tilde{a}_{kj} \tilde{a}_{lj} + \tilde{b}_{kj} \tilde{b}_{lj}) = \tilde{\mathbf{a}}_k^T \tilde{\mathbf{a}}_l + \tilde{\mathbf{b}}_k^T \tilde{\mathbf{b}}_l, \quad (16)$$

gdzie $\tilde{\mathbf{a}}_k = \text{col}(\tilde{a}_{k1}, \tilde{a}_{k2}, \dots, \tilde{a}_{kN})$, $\tilde{\mathbf{b}}_k = \text{col}(\tilde{b}_{k1}, \tilde{b}_{k2}, \dots, \tilde{b}_{kN})$. Powyższy współczynnik korelacji wzajemnej będzie równy zeru jeżeli oba składniki występujące po prawej stronie (16) będą równe zeru tzn. jeżeli $\tilde{\mathbf{a}}_k^T \tilde{\mathbf{a}}_l = 0$ oraz $\tilde{\mathbf{b}}_k^T \tilde{\mathbf{b}}_l = 0$. Oznacza to, że omawiane procesy losowe będą nieskorelowane jeżeli ciągi wektorów $\tilde{\mathbf{a}}_k$ i $\tilde{\mathbf{b}}_k$, ($k = 1, 2, \dots, N$) będą ortogonalne. Proces ortogonalizacji omawianych wektorów można przeprowadzić za pomocą metody Grama - Schmidta. Oznaczmy współczynniki szeregu Fouriera otrzymane w wyniku ortogonalizacji symbolami \hat{a}_{kj} i \hat{b}_{kj} lub $\hat{\mathbf{a}}_k$ i $\hat{\mathbf{b}}_k$ jeżeli będziemy używać notacji macierzowej. Procesy losowe $\hat{q}_k(t)$ otrzymane w ten sposób są nieskorelowane, ale w dalszym ciągu nie są odpowiednio wyskalowane.

Współczynnik autokorelacji procesu $\hat{q}_k(t)$ można obliczyć posługując się wzorem (15). Po obliczeniu całki otrzymuje się:

$$2\mu_{kk} = \sum_{j=1}^N (\hat{a}_{kj}^2 + \hat{b}_{kj}^2) = \hat{\mathbf{a}}_k^T \hat{\mathbf{a}}_k + \hat{\mathbf{b}}_k^T \hat{\mathbf{b}}_k. \quad (17)$$

Z zależności (17) wynika, że proces losowy $\hat{q}_k(t)$ będzie wyskalowany w ten sposób aby $\mu_{kk} = \lambda_k$ jeżeli współczynniki szeregu Fouriera wyznaczać będziemy ze wzorów:

$$a_{kj} = \hat{a}_{kj} \sqrt{\lambda_k / \mu_{kk}}, \quad b_{kj} = \hat{b}_{kj} \sqrt{\lambda_k / \mu_{kk}}. \quad (18)$$

Algorytm proponowanej metody symulacji składa się z następujących kroków:

- krok 1: obliczenie macierzy gęstości widmowej $\mathbf{S}(\omega)$,
- krok 2: obliczenie macierzy korelacji $\mathbf{R}(0)$ na podstawie funkcji gęstości widmowej $\mathbf{S}(\omega)$,
- krok 3: rozwiązanie liniowego problemu własnego opisanego równaniem (7),
- krok 4: wyznaczenie współczynników Fouriera nieskorelowanych i wyskalowanych procesów losowych tworzących wektor $\mathbf{q}(t)$,
- krok 5: wyznaczenie współczynników Fouriera procesów losowych tworzących wektor $\mathbf{u}(t)$,
- krok 6: wyznaczenie współczynników Fouriera procesów losowych tworzących wektor obciążeń dynamicznych konstrukcji.

4. Omówienie rezultatów przykładowych obliczeń

Wykonano symulację obciążeń dynamicznych wywołanych działaniem wiatrem na ramę budynku o 15 kondygnacjach. Symuluje się fluktuacje prędkości wiatru na poziomie stropu każdej kondygnacji w kierunku równoległym do kierunku niezaburzonego ruchu powietrza. Przyjmuje się, że równocześnie jest to kierunek prostopadły do ściany budynku na który wiatr działa. Wysokość każdej kondygnacji wynosi 3m., a pole ekspozycji stowarzyszone z każdą kondygnacją jest równe $A_d = 20,0 \text{ m}^2$. Do opisu losowych cech wiatru zastosowano funkcję gęstości widmowej Davenporta. Funkcja gęstości widmowej opisująca fluktuacje prędkości wiatru na poziomie stropu każdej kondygnacji ma więc postać [4]:

$$S_k(\omega) = S(\omega) = \frac{8\pi\tilde{u}^2 f^2(\omega)}{\omega [1 + f^2(\omega)]^\alpha}, \quad (19)$$

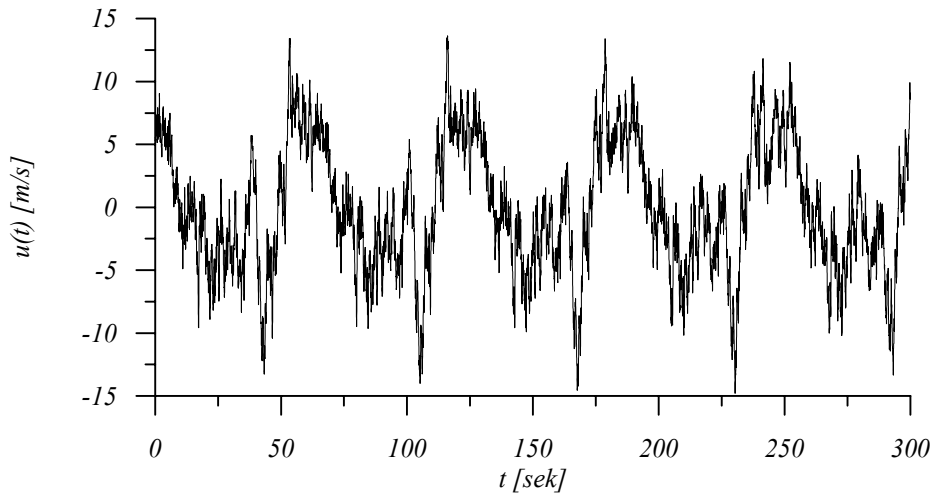
gdzie $f(\omega) = 600\omega / (\pi\bar{V})$, $\tilde{u} = 0,4\bar{V} / [\ln(10/z_0)]$, $\alpha = 4/3$. Przyjęto, że $\bar{V} = 27,0 \text{ m/s}$, $z_0 = 0,4$. Jak widać funkcja ta nie zależy od prędkości średniej wiatru na poziomie stropu rozpatrywanej kondygnacji. Ponieważ symuluje się fluktuacje wiatru w punktach położonych wzdłuż linii pionowej więc funkcja koherencji ma postać [4]:

$$\gamma_{kl}(\omega) = \exp(-\phi_{kl}), \quad \phi_{kl} = \frac{\omega C_z |z_k - z_l|}{\pi[U(z_k) + U(z_l)]}. \quad (20)$$

Średnią prędkość wiatru na wysokości z ponad poziom terenu oblicza się ze wzoru:

$$U(z) = 2,5\tilde{u} \ln(z/z_0). \quad (21)$$

Na rysunku 1 pokazano, otrzymany za pomocą omawianej metody, przebieg zmian w czasie fluktuacji prędkości wiatru na poziomie stropu 15 kondygnacji budynku. Przebieg zmian wypadkowej sił dynamicznych wywołanych parciem wiatru działającej na tym samym poziomie jest identyczny z tą tylko różnicą, że rzędne wykresu pokazanego na rysunku 1 należy pomnożyć przez $\rho C_d U$, gdzie U oznacza teraz średnią prędkość wiatru na poziomie stropu 15 kondygnacji.

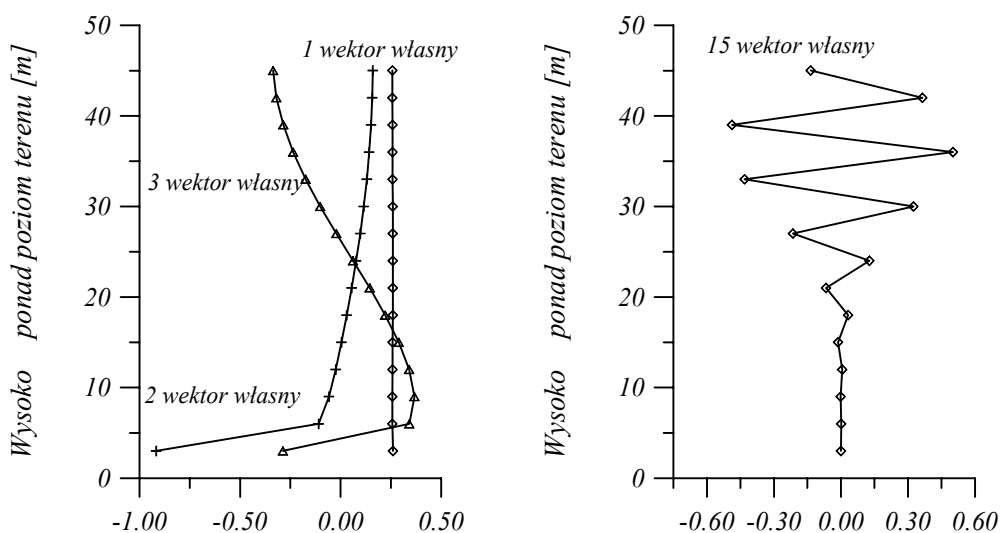


Rys.1 Fluktuacje prędkości wiatru na poziomie stropu 15 kondygnacji

Jeżeli symulowane procesy stochastyczne są stacjonarne i ergodyczne to omawiana metoda zachowuje tzw. ergodyczność symulowanych procesów stochastycznych [8]. Oznacza to, że współczynnik korelacji $R_{kl}(0)$ dwóch symulowanych procesów stochastycznych (tutaj dwóch przebiegów fluktuacji prędkości wiatru w dwóch punktach) obliczony ze wzoru (4a)

Tablica 1. Porównanie wybranych współczynników macierzy korelacji

| Indeks elementu macierzy korelacji | 1, 1 | 15, 15 | 1, 15 | 10, 10 | 3, 10 |
|--|--------|--------|--------|--------|--------|
| Wartość elementu macierzy korelacji wyznaczonego na podstawie funkcji gęstości widmowej | 65,679 | 53,921 | 51,865 | 53,921 | 52,820 |
| Wartość elementu macierzy korelacji wyznaczonego ze wzoru (16) | 65,677 | 53,873 | 51,874 | 53,936 | 52,872 |
| Wartość elementu macierzy korelacji wyznaczonego na podstawie symulowanych fluktuacji prędkości wiatru | 65,072 | 52,102 | 50,765 | 52,329 | 51,328 |



Rys. 2 Wybrane wektory własne macierzy korelacji $R(0)$

jest równy współczynnikowi korelacji obliczonemu na podstawie funkcji gęstości widmowej (tzn. za pomocą wzoru (4b)). Jak wynika z pracy [8], nie wszystkie wersje metody spektralnej posiadają tę właściwość. W tabelicy 1 porównano wartości wybranych współczynników macierzy korelacji wyliczone odpowiednio na podstawie funkcji gęstości widmowej prędkości wiatru, ze wzoru (16) oraz na podstawie wygenerowanych, za pomocą omawianej metody, przebiegów w czasie fluktuacji prędkości wiatru. Obliczając współczynniki macierzy korelacji za pomocą wzoru (4a) przyjęto skończony przedział całkowania $T=300 \text{ sek.}$ Widać, że omawiana metoda zachowuje wspomnianą wyżej cechę

ergodyczności symulowanych procesów. Niewielkie różnice, rzędu 1-2%, są w głównej mierze rezultatem całkowania symulowanych procesów w skończonym przedziale czasu.

Interesująca jest również analiza wektorów i wartości własnych macierzy korelacji $R(0)$. Wartości własne tej macierzy są następujące:

$$\begin{aligned}\lambda_1 &= 798,52, \quad \lambda_2 = 132,81, \quad \lambda_3 = 5,1181, \quad \lambda_4 = 1,4330, \quad \lambda_5 = 0,6736, \\ \lambda_6 &= 0,3954, \quad \lambda_7 = 0,2647, \quad \lambda_8 = 0,1950, \quad \lambda_9 = 0,1524, \quad \lambda_{10} = 0,1261, \\ \lambda_{11} &= 0,1083, \quad \lambda_{12} = 0,0956, \quad \lambda_{13} = 0,0857, \quad \lambda_{14} = 0,0775, \quad \lambda_{15} = 0,0705.\end{aligned}$$

Na rysunku 2 pokazano pierwszy, drugi, trzeci i piętnasty wektor własny. Początkowe wartości własne macierzy korelacji są największe, a odpowiadające im wektory własne stosunkowo wolno zmieniają swoje wartości wraz z wysokością. Oznacza to, że w omawianym przypadku mamy do czynienia z dużą korelacją przestrzenną zmian prędkości wiatru. Ponadto wyniki te sugerują, że w tym przypadku wystarczy uwzględnić tylko kilka pierwszych procesów nieskorelowanych $q_k(t)$.

5. Uwagi końcowe

Przedstawiona w niniejszej pracy metoda symulacji sił dynamicznych wywołanych działaniem wiatru okazała się sposobem skutecznym i dokładnym. Otrzymane za jej pomocą funkcje opisujące fluktuacje prędkości wiatru oraz siły dynamiczne wywołane działaniem wiatru zachowują zadane cechy statystyczne. W szczególności zachowana jest ergodyczność symulowanych przebiegów czasowych. W przeciwieństwie od metody szeregów czasowych omawiana metoda cechuje się również dużą stabilnością numeryczną

Literatura

- [1] Bołotin W.W., *Metody statystyczne w mechanice budowli*, Warszawa, Arkady, 1968.
- [2] Li Y., Kareem A., ARMA representation of wind field, *J. Wind Engng Indust. Aerodynam.*, 1990, Vol. 36, s.55-69.
- [3] Shinozuka M., Yun C.H., Seya H., Stochastic method in wind engineering, *J. Wind Engng Indust. Aerodynam.*, 1990, Vol. 36, s.829-843.
- [4] Simiu E., Scanlan R.H., *Wind effects on structures*, 3rd edition, New York, Wiley, 1996.
- [5] Shinozuka M., Jan C.M., Digital simulation of random processes and its applications, *Journal of Sound and Vibration*, 1972, Vol. 25, s.111-128.
- [6] Di Paola M., Digital simulation of wind field velocity, *Proc. 2nd European-African Conference on Wind Engineering*, Genova, Italy, 1997, s.77-96.
- [7] Buchholdt H.A., *Structural dynamics for engineers*, London, Telford Publications, 1997.
- [8] Shinozuka M., Deodatis G., Simulation of stochastic processes by spectral representation, *Applied Mechanics Review*, 1991, Vol. 44, s.191-203.

NUMERICAL SIMULATION OF DYNAMIC FORCES INDUCED BY WIND

Summary

In this paper, the method of numerical simulation of dynamic forces induced by wind is presented. It is assumed that wind fluctuations at different points in space are the stationary stochastic processes. Some version of the spectral representation method is described to simulate wind fluctuations treated as n -variate, one dimensional stochastic vector process. The results of example simulation of wind histories are also presented.

Praca została wykonana w ramach programu badań naukowych finansowanych przez Komitet Badań Naukowych (BW- 11-860/00)